

第四讲 基元检测

周文晖

计算机学院

边缘检测



边缘检测

- 检测目的：检测图像中的突变（不连续）
 - 直观上，图像中的语义和形状信息都来自边缘
 - 比像素更紧凑
- 线条是绘画的基础之一，
线条画（线描）是既古老
也是最现代的描写形式。

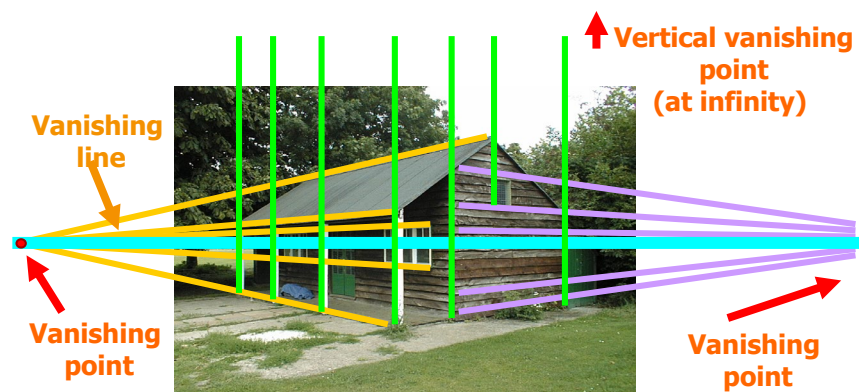


为什么要检测边缘?

- 提取信息，识别目标

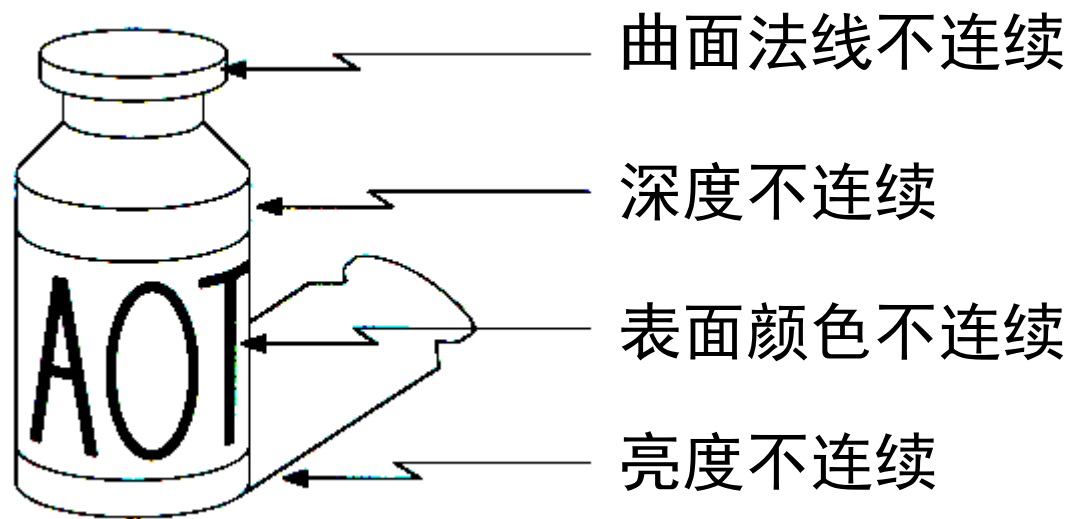


- 恢复几何和视点

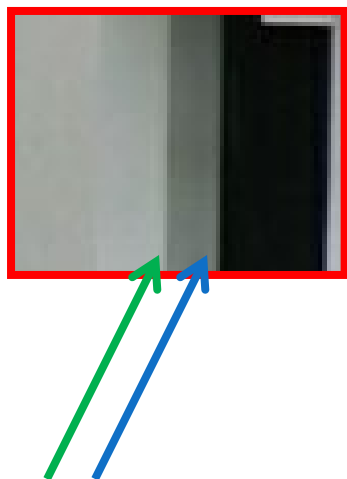


边缘的成因

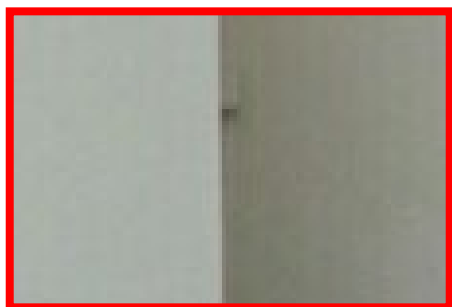
- 边缘由多种因素引起



边缘区域的特写



边缘区域的特写

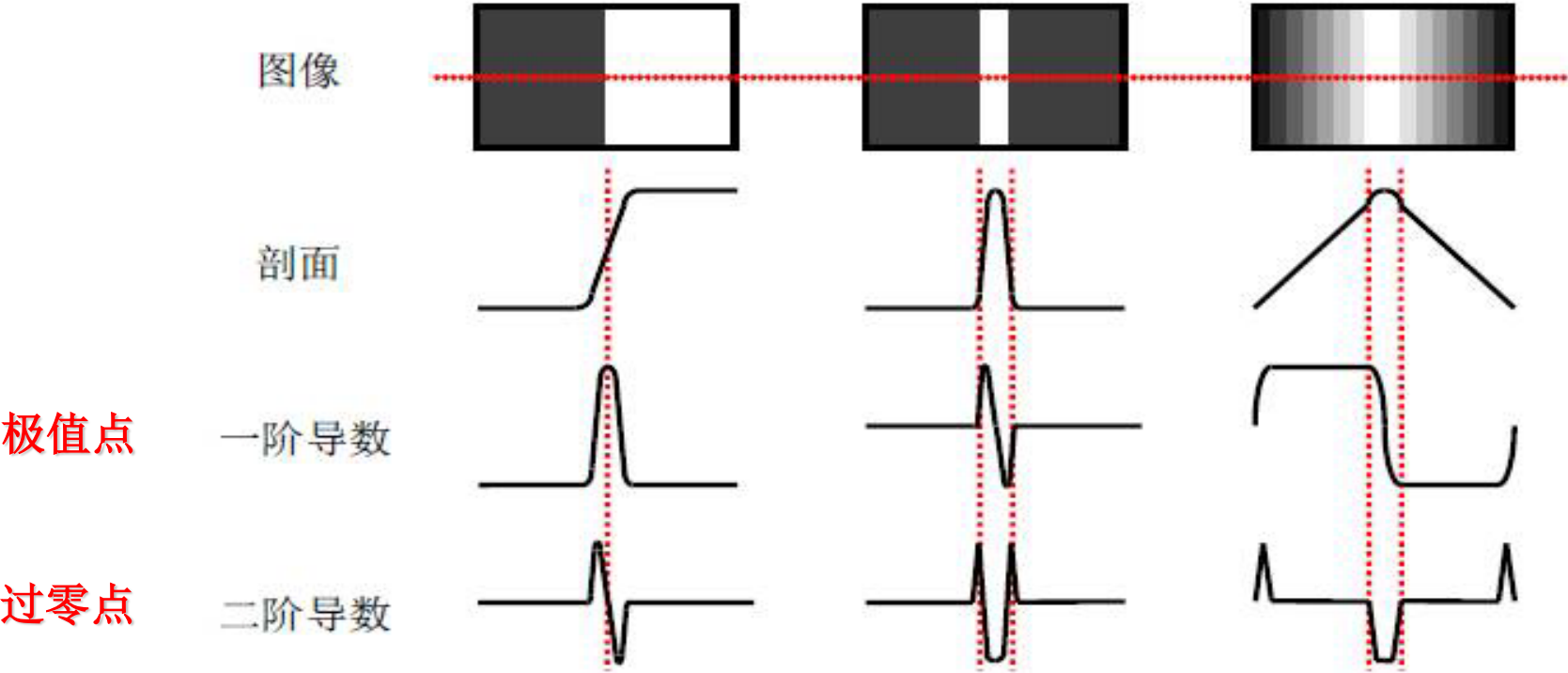


边缘区域的特写



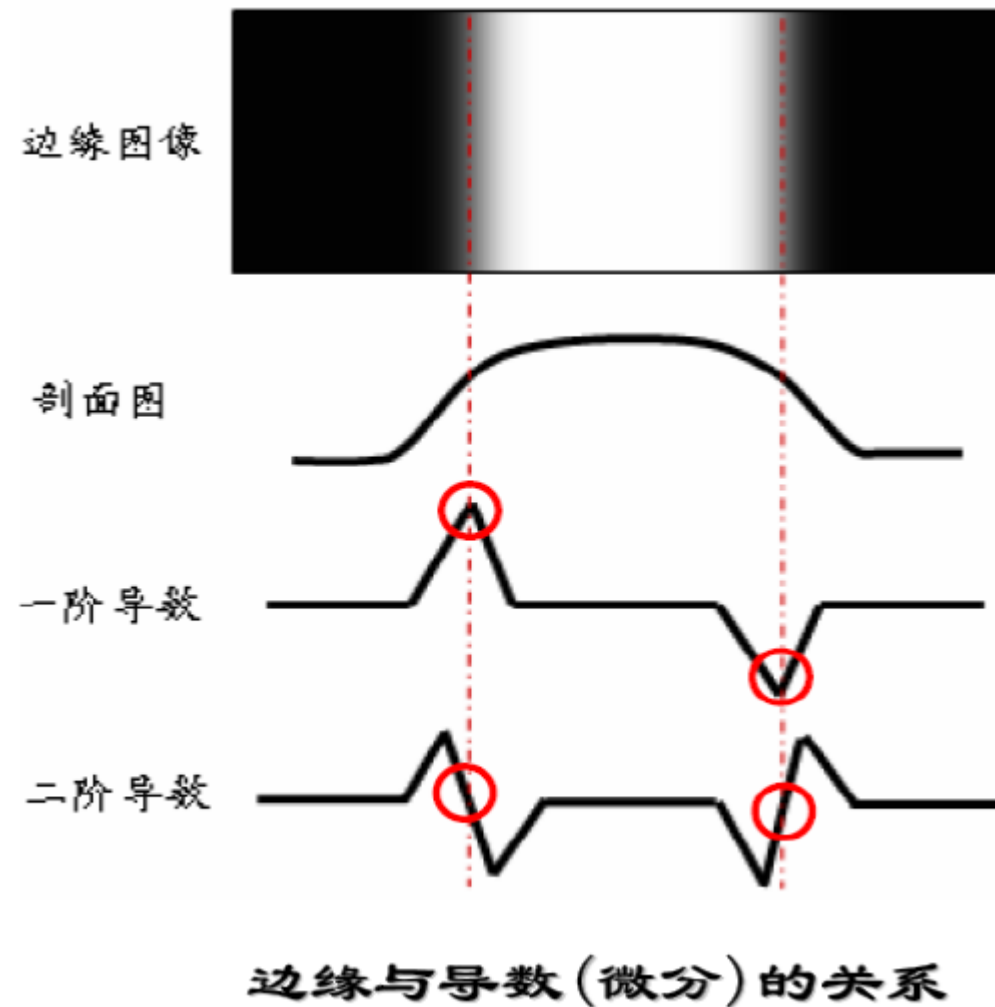
检测原理

①阶梯状边缘 ②脉冲状边缘 ③屋顶状边缘



检测原理

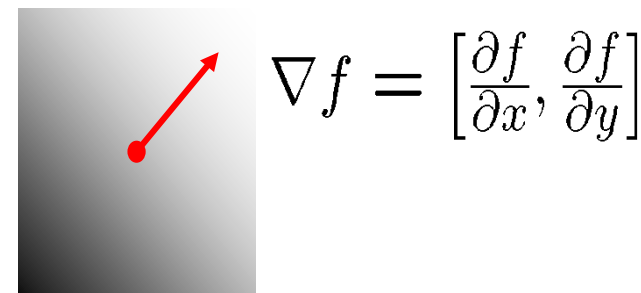
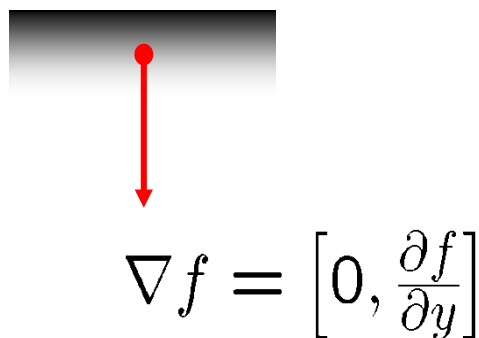
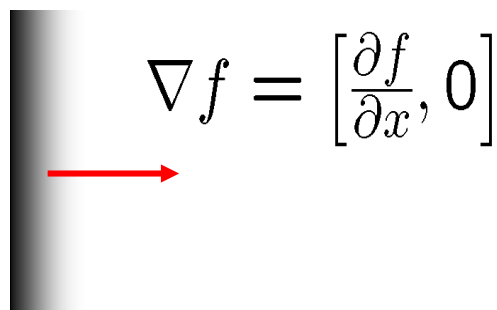
- 一阶导数极值点对应的是边缘位置，极值的正或负表示边缘处是由暗变亮还是由亮变暗。
- 二阶导数过零点来检测图像中边缘的存在。



图像梯度：一阶导数

$$\nabla f = \left[\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y} \right]$$

• 图像梯度：



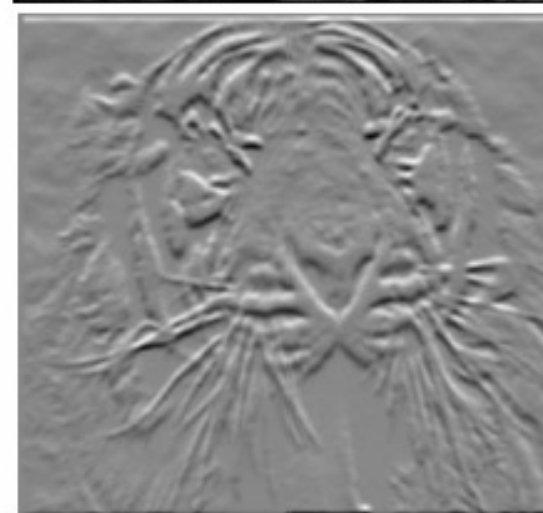
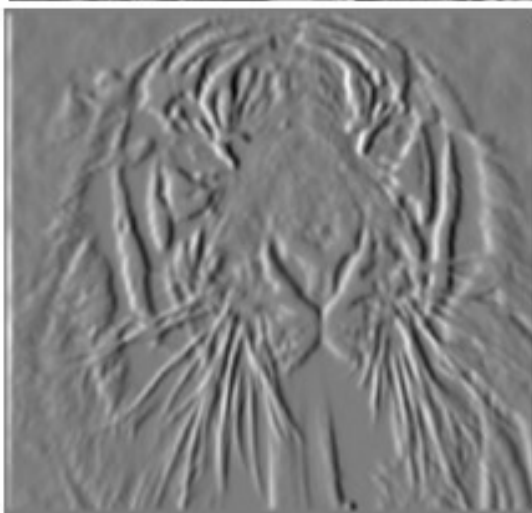
• 梯度方向：

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{\partial f}{\partial y} / \frac{\partial f}{\partial x} \right)$$

• 梯度幅度：

$$\|\nabla f\| = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)^2}$$

哪个是水平梯度图？



一阶导数与差分

- 水平梯度写成极限表示形式

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left(\frac{f(x + \varepsilon, y) - f(x, y)}{\varepsilon} \right)$$



离散化:

$$\frac{\partial f}{\partial x} \approx \frac{f(x_{n+1}, y) - f(x_n, y)}{\Delta x}$$

差分模板

-1	1
----	---

一阶导数与差分（2）

• 水平梯度写成极限表示形式

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left(\frac{f(x + \varepsilon, y) - f(x - \varepsilon, y)}{\varepsilon} \right)$$



离散化:

$$\frac{\partial f}{\partial x} \approx \frac{f(x_{n+1}, y) - f(x_{n-1}, y)}{\Delta x}$$

差分模板

-1	0	1
----	---	---

一阶导数算子

- 一阶导数算子给出梯度信息，所以也称**梯度算子**
- 分别计算沿 X 和 Y 方向的两个偏导分量
- 几种常用的梯度算子模板

1	
	-1

	1
-1	

(a) Roberts

-1		1
-1		1
-1		1

1	1	1
-1	-1	-1

(b) Prewitt

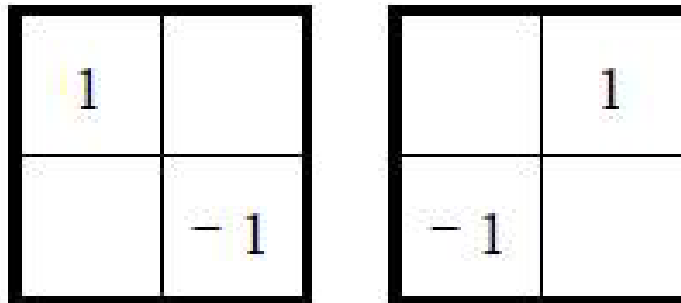
-1		1
-2		2
-1		1

1	2	1
-1	-2	-1

(c) Sobel

Roberts梯度算子

- Roberts梯度采用对角方向相邻两像素之差，故也称为四点差分法。



- 特点：
 - 4点差分求梯度，计算简单
 - 对噪声敏感

Prewitt梯度算子（平均差分）

- 梯度算子类似于高通滤波，有增强高频分量，抑制低频分量的作用，对噪声敏感。
- 可通过求平均方法来抑制噪声。
- Prewitt梯度算子就是先求平均，再求差分

-1		1
-1		1
-1		1

1	1	1
-1	-1	-1

Sobel算子（加权平均差分）

- Sobel算子：对当前行或列对应的值加权后，再平均和差分，也称为加权平均差分。

- 水平和垂直梯度模板为：

-1		1
-2		2
-1		1

1	2	1
-1	-2	-1

- 各向同性Sobel算子：将模板中的权值2改为 $\sqrt{2}$ ，以使水平、垂直和对角边缘的梯度值相同。

一阶导数算子检测结果



(a) 原图像



(b) 梯度算子检测



(c) Roberts检测



(d) Prewitt检测



(e) Sobel检测



(f) 各向同性Sobel检测

二阶导数算子：拉普拉斯算子

- 拉普拉斯算子

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

0	-1	0
-1	4	-1
0	-1	0

4邻域模板

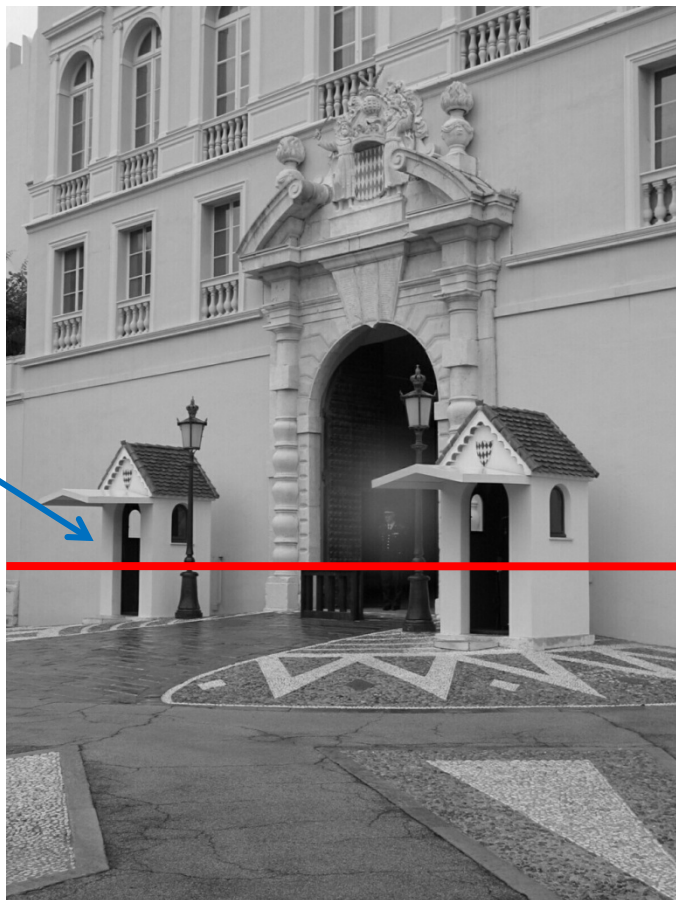
-1	-1	-1
-1	8	-1
-1	-1	-1

8邻域模板

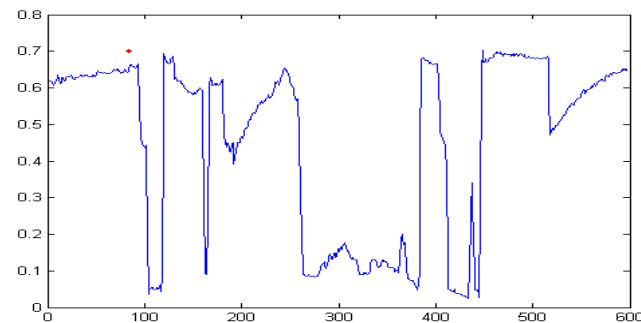
- 中心像素的系数应是正的，而对应中心像素邻近像素的系数应是负的，且所有系数的总和应该是零。

- 对噪声敏感 **Why?**

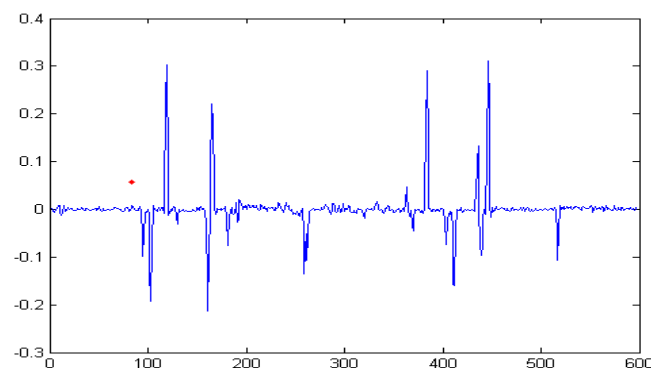
噪声干扰



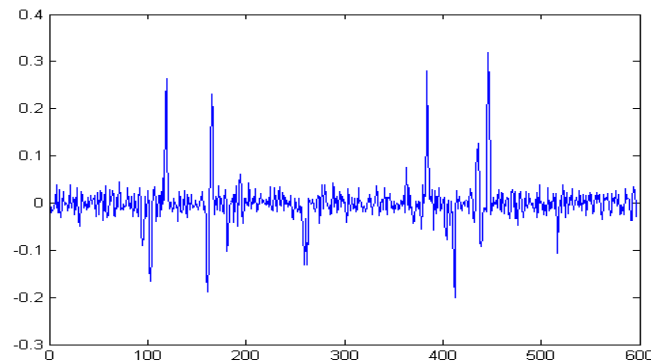
亮度曲线



一阶导数



含噪梯度

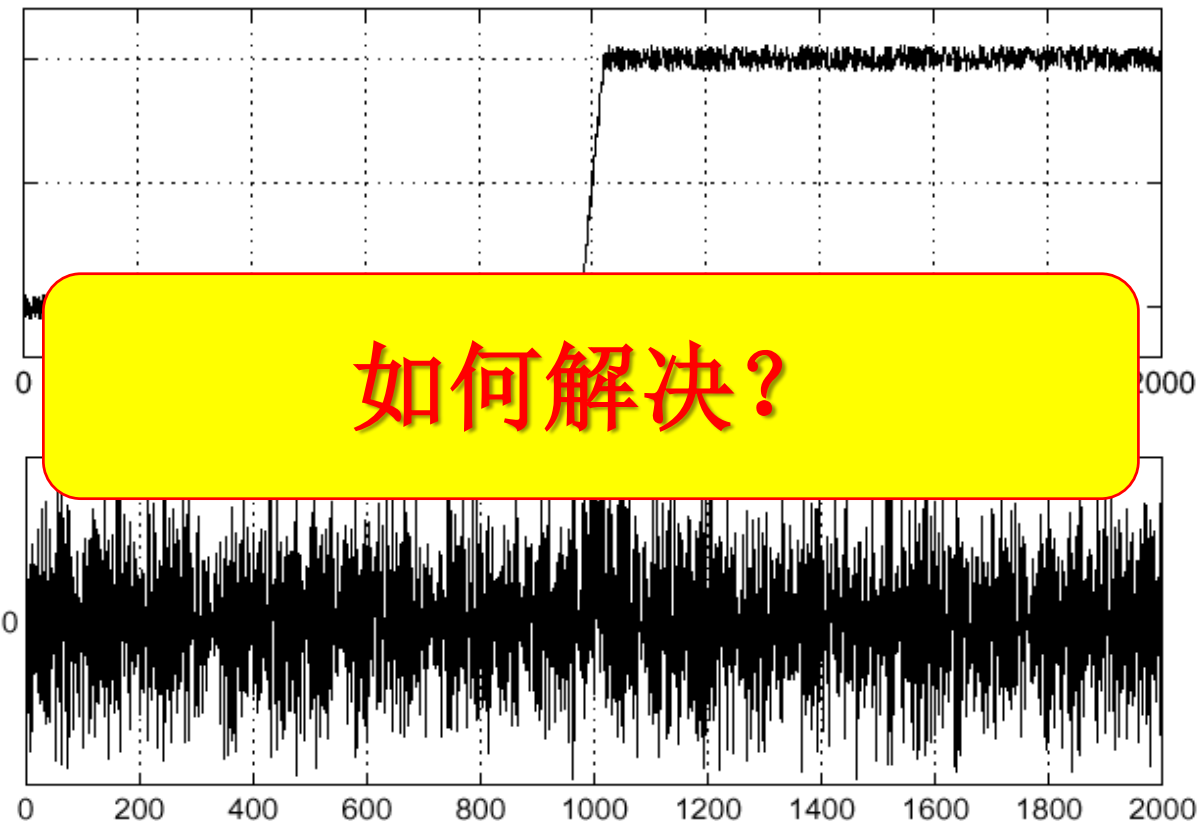


噪声干扰

- 图像的某一行或某一列

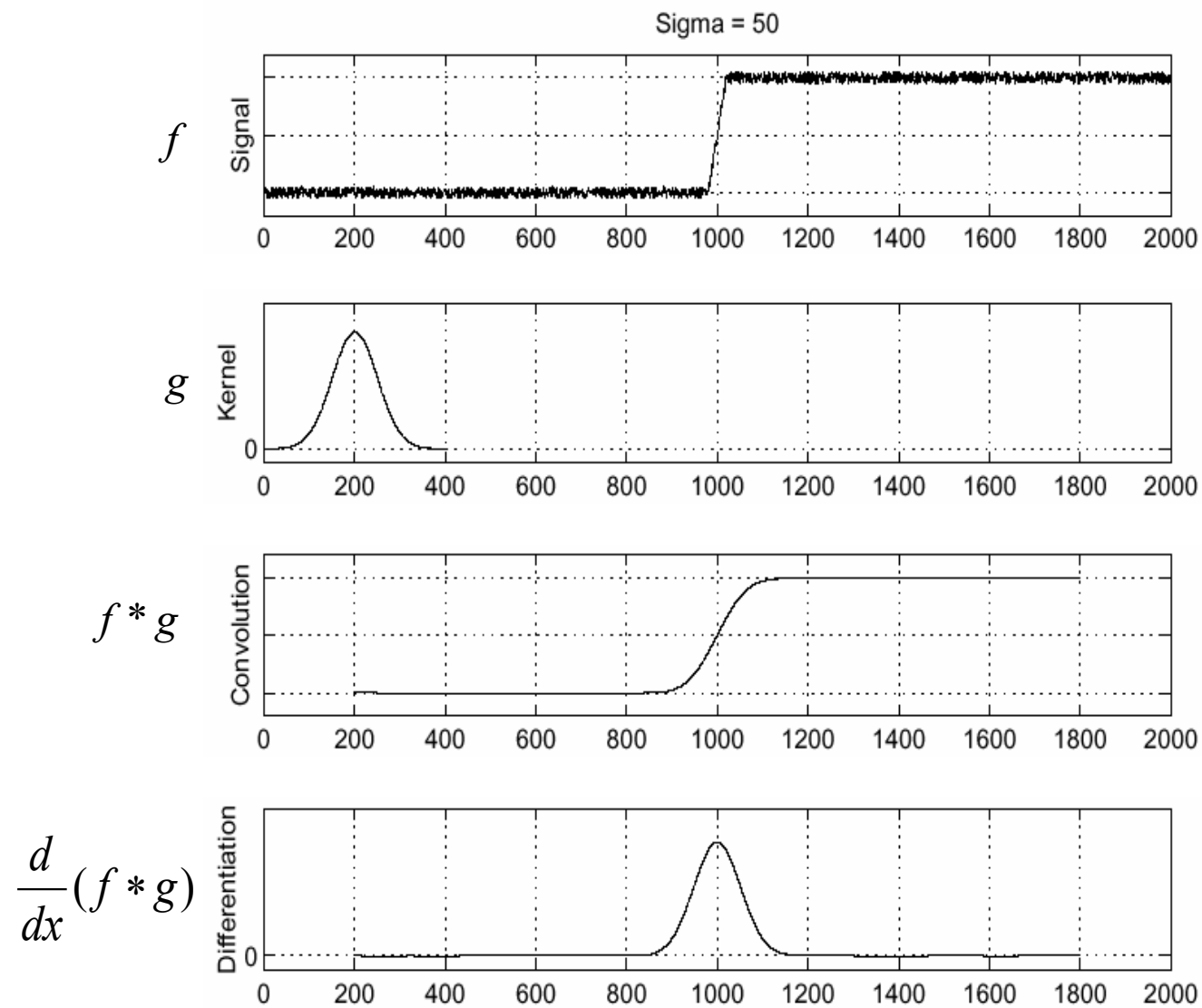
$$f(x)$$

$$\frac{d^2 f(x)}{dx^2}$$



Where is the edge?

解决方案：
先平滑再检测



二阶导数算子：马尔算子（LoG）

- 在每个分辨率上进行如下计算
 - 用2D高斯平滑模板与原图像卷积（滤除噪声）
 - 计算卷积后图像的拉普拉斯值
 - 检测拉普拉斯图像中的过零点作为边缘点

- 高斯加权平滑函数
$$h(x, y) = \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right)$$

二阶导数算子：马尔算子（LoG）

- 连续函数 $f(x,y)$ 的马尔算子检测的数学公式表示：

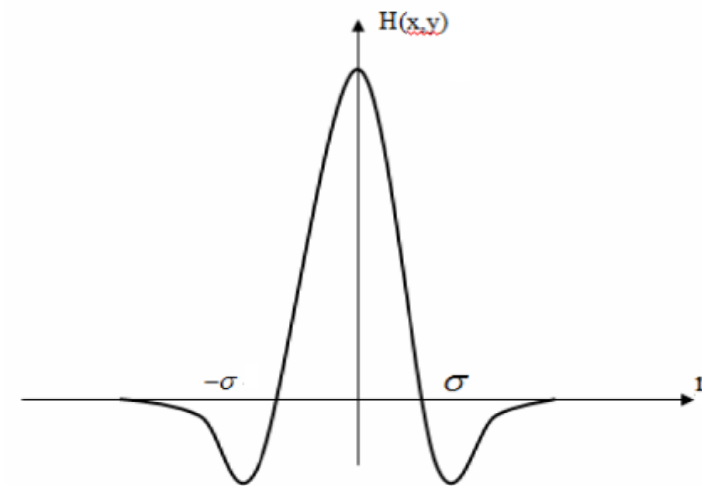
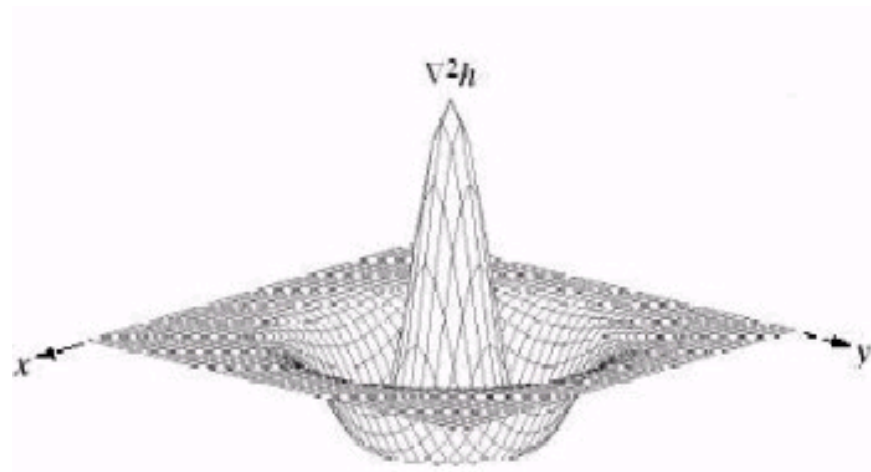
$$\begin{aligned} G(x,y) &= -\nabla^2 [h(x,y) * f(x,y)] \\ &= -\nabla^2 h(x,y) * f(x,y) = H(x,y) * f(x,y) \end{aligned}$$

- $H(x,y)$ 称马尔算子，或称LoG算子 $H(x,y) = -\nabla^2 h(x,y) = \frac{\sigma^2 - r^2}{\sigma^4} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right)$

$$r^2 = x^2 + y^2, \sigma \text{ 为标准差}$$

二阶导数算子：马尔算子（LoG）

- LoG算子 $H(x,y)$ 为轴对称函数。



- 也称为墨西哥草帽算子。

- 5x5的常用LoG模板

$$\begin{bmatrix} -2 & -4 & -4 & -4 & -2 \\ -4 & 0 & 8 & 0 & -4 \\ -4 & 8 & 24 & 9 & -4 \\ -4 & 0 & 8 & 0 & -4 \\ -2 & -4 & -4 & -4 & -2 \end{bmatrix}$$

Laplacian与LoG算子 检测结果比较



(a)



(b)

4邻域
Laplacian
算子结果



(c)

8邻域
Laplacian
算子结果



(d)

LoG算
子结果

边缘检测的Canny准则

- Canny 边缘检测算子是John F. Canny于 1986 年开发出来的一个多级边缘检测算法。
更为重要的是 Canny 创立了边缘检测计算理论。
- Canny 目标是找到一个最优的边缘检测算法。
- 最优边缘检测的含义是：
 - **好的检测** -- 算法能标识图像中的实际边缘，避免噪声和虚假边缘干扰。
 - **好的定位** -- 标识出的边缘与实际图像中的实际边缘尽可能接近。
 - **最小响应** -- 对图像中的每个真实边缘点只有一个像素响应。

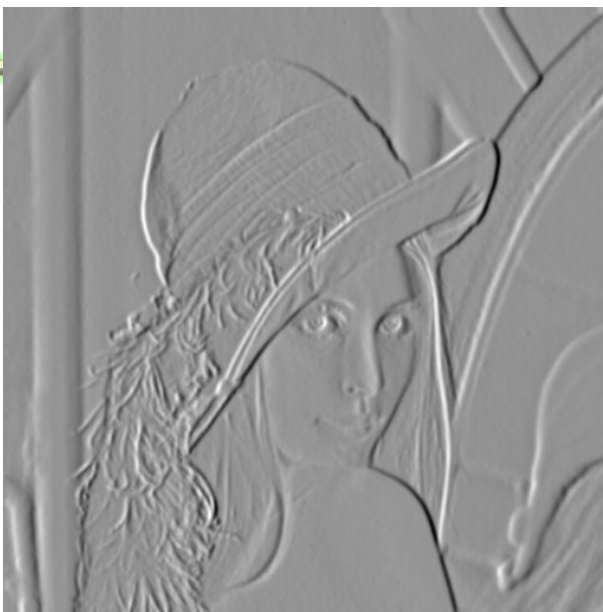
Canny算子

- 步骤一：选择合适的Gaussian滤波器平滑图像，滤除噪声。
- 步骤二：采用Roberts或Sobel模板，计算每个像素的水平 and 垂直梯度值，并计算其梯度方向和梯度幅值。
- 步骤三：确定边缘方向
- 步骤四：非最大值抑制：沿边缘方向抑制非最大值的像素（不是边缘点）
- 步骤五：选择双阈值跟踪边缘（滞后阈值）

梯度计算



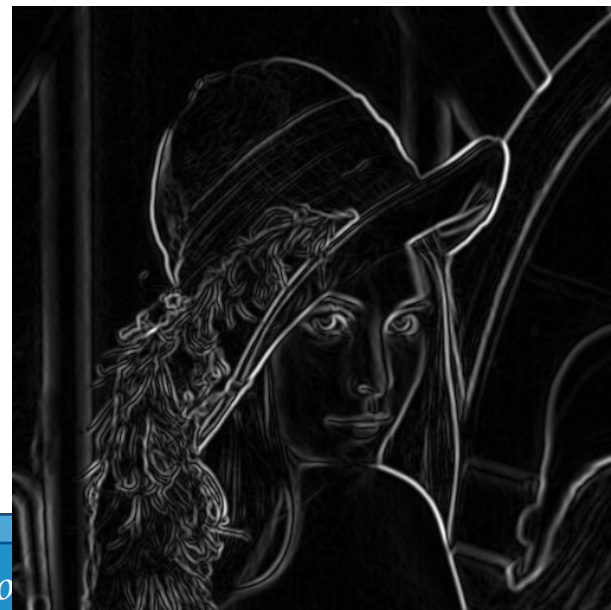
原始图像(Lena)



水平梯度图



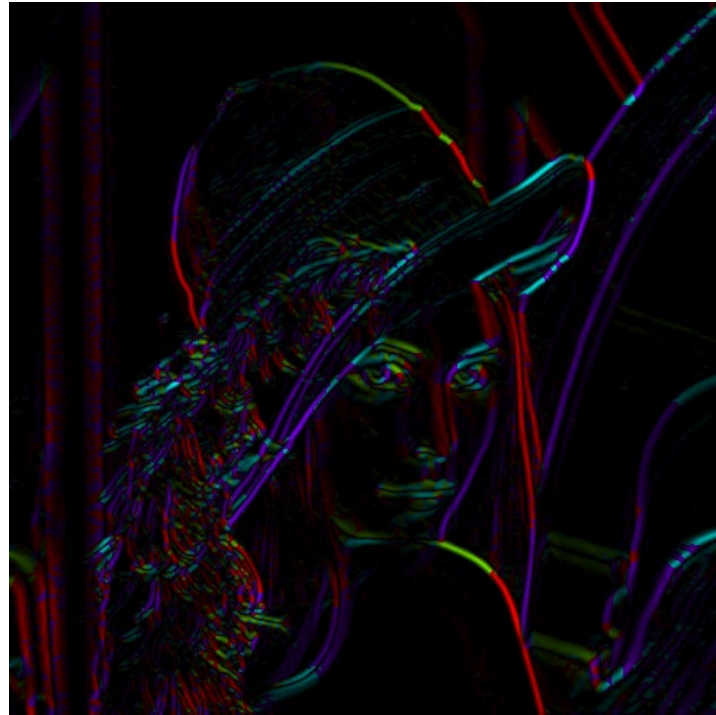
垂直梯度图



梯度幅度图

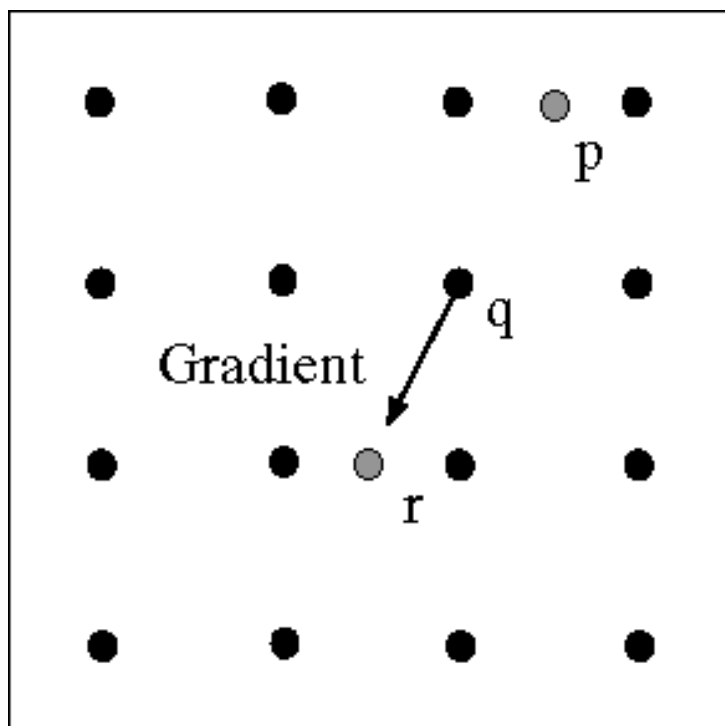
获取每个像素的梯度方向

- 最小边缘阈值
- 获取方向

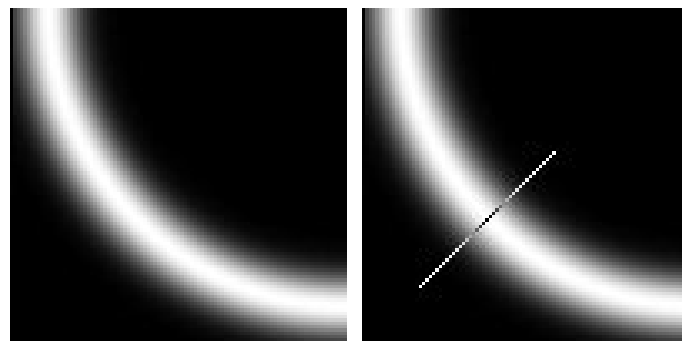


$$\theta = \text{atan2}(g_y, g_x)$$

非最大值抑制

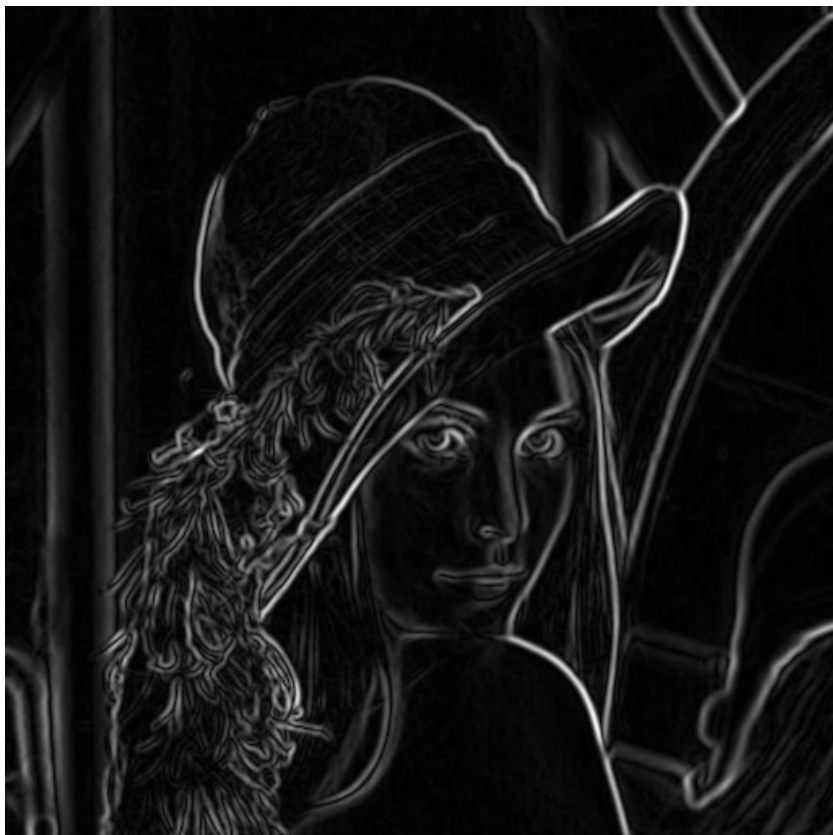


- 若 q 点的值大于 p 和 r 点的值（插值获得），则 q 点为局部最大值，有可能是边缘点。



非最大值抑制

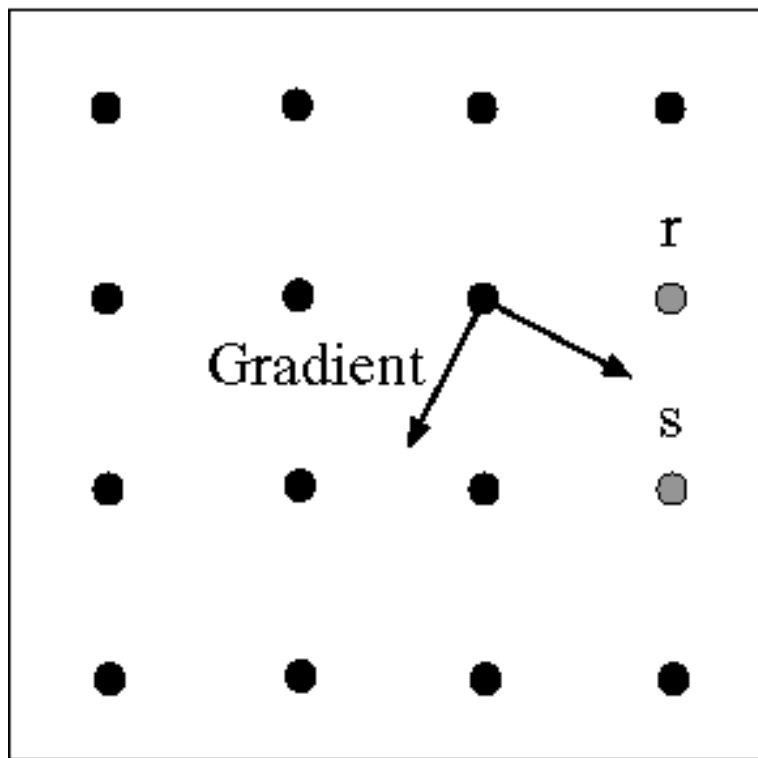
非最大值抑制前



非最大值抑制后



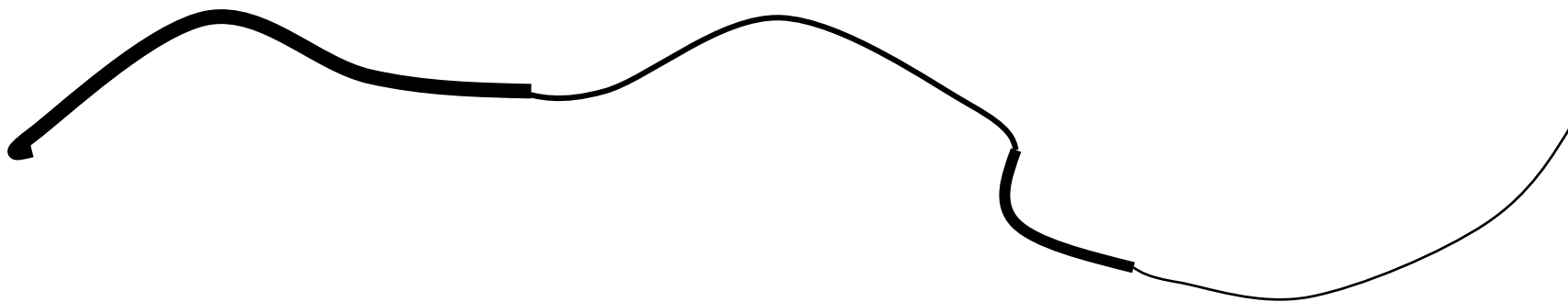
边缘跟踪



- 假定标记点为边缘点，根据边缘曲线的切线（梯度的法线）方向，预测下一个边缘点（ r 或 s 点）

滞后阈值

- 采用双阈值方法，阈值的高/低分别用于获取强/弱边缘点
- 边缘连通曲线都是以强边缘点为起始点
- 弱边缘点保持边缘曲线的连通性（即退出连通存在阈值滞后）



Canny边缘检测结果

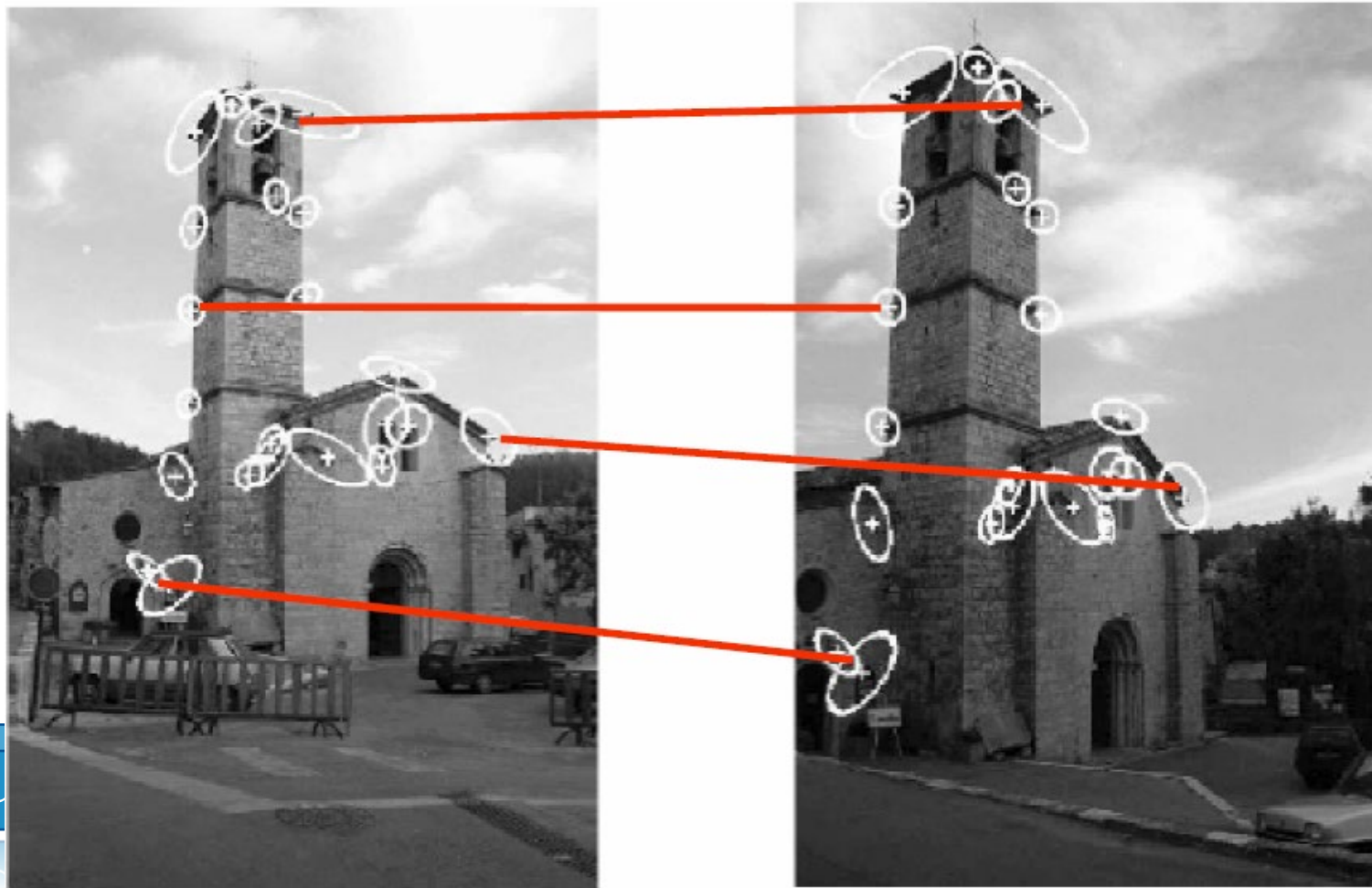


角点检测



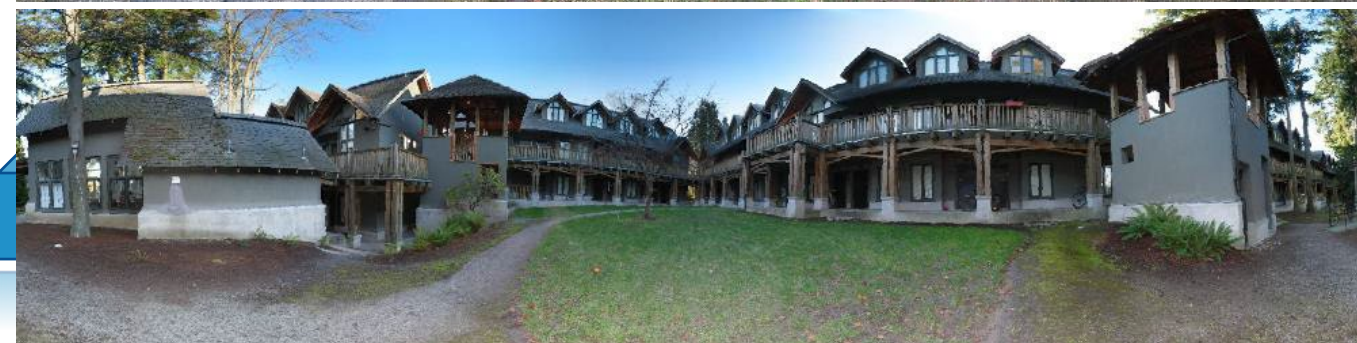
Motivation: Matching Problem

- Vision tasks such as stereo and motion estimation require finding corresponding features across two or more views.



Motivation: Building a Panorama

- M. Brown, D. G. Lowe. Recognising Panoramas. ICCV 2003



of Computer

of Computers

More motivation...

- Feature points are used also for:
 - Image alignment (homography, fundamental matrix)
 - 3D reconstruction
 - Motion tracking
 - Object recognition
 - Indexing and database retrieval
 - Robot navigation
 - ... other

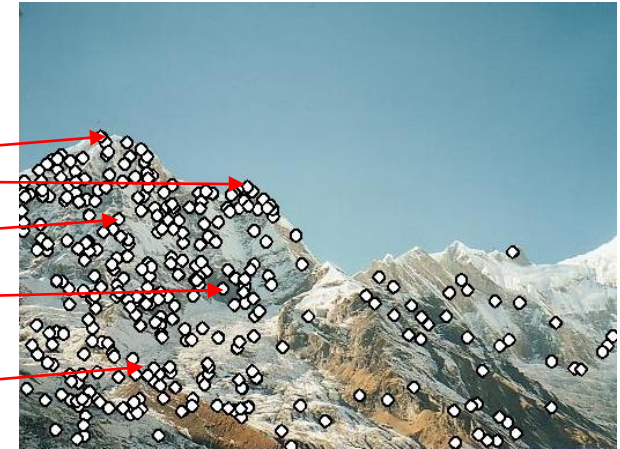
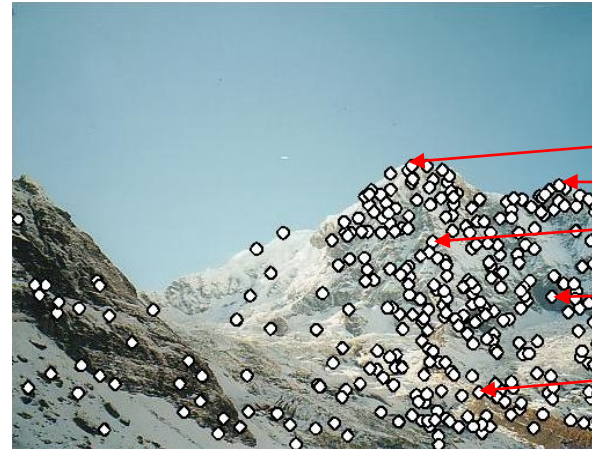
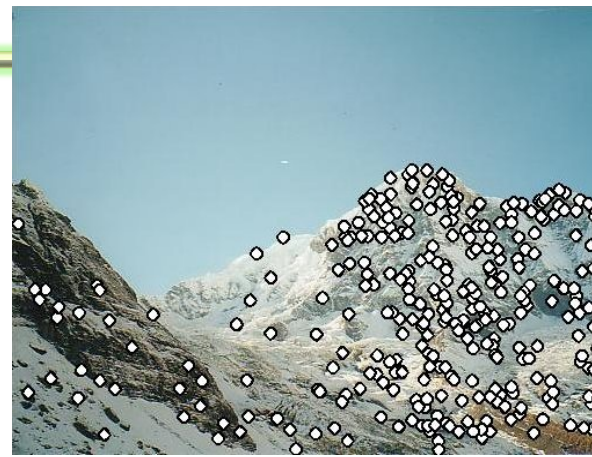
How do we build a panorama?

- We need to match (align) images
- How would you do it by eye?
- Global methods sensitive to occlusion, lighting, parallax effects. So look for local features that match well.



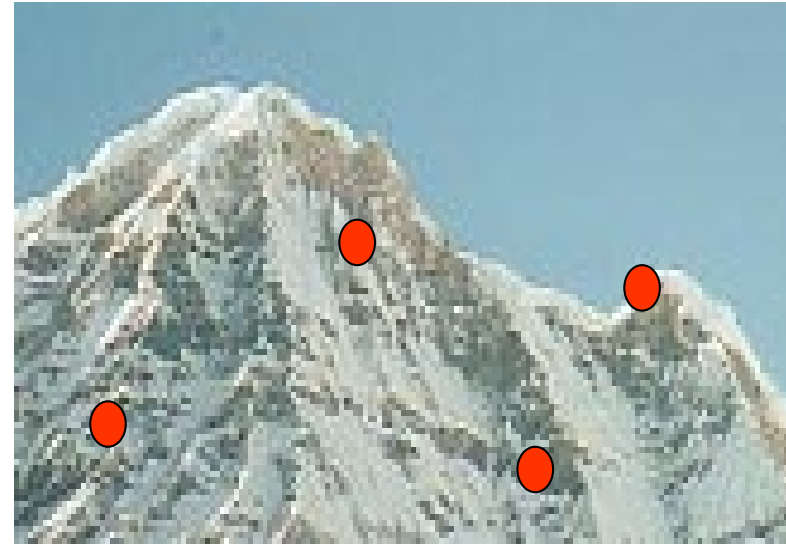
How do we build a panorama?

- Detect feature points in both images
- Find corresponding pairs
- Use these pairs to align images



How do we build a panorama?

- **Problem 1:** Detect the same point independently in both images

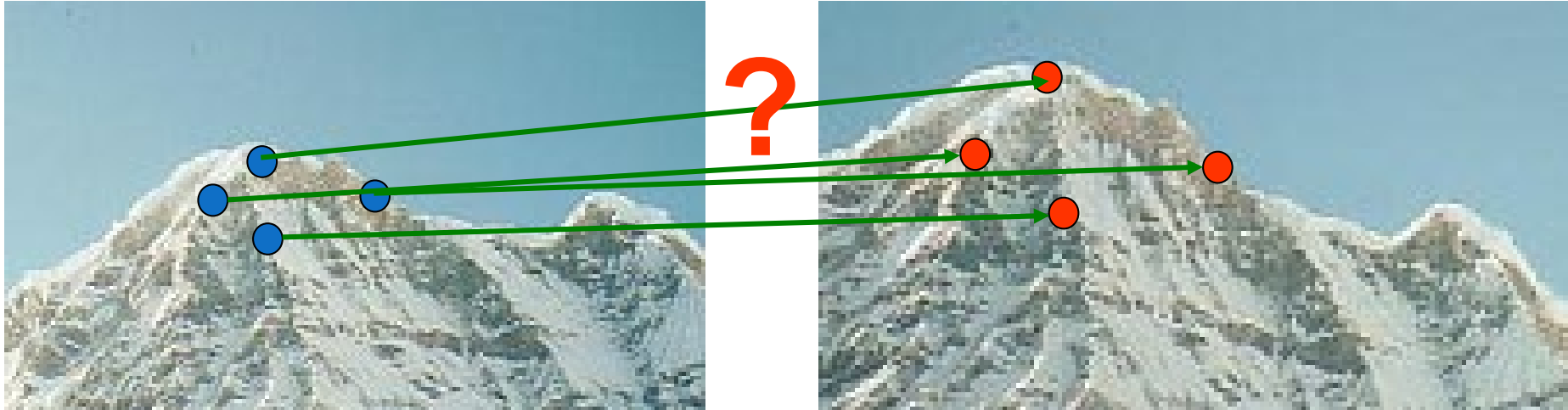


no chance to match!

We need a repeatable detector

How do we build a panorama?

- **Problem 2:** For each point correctly recognize the corresponding one



We need a reliable and distinctive descriptor

提取什么特征？

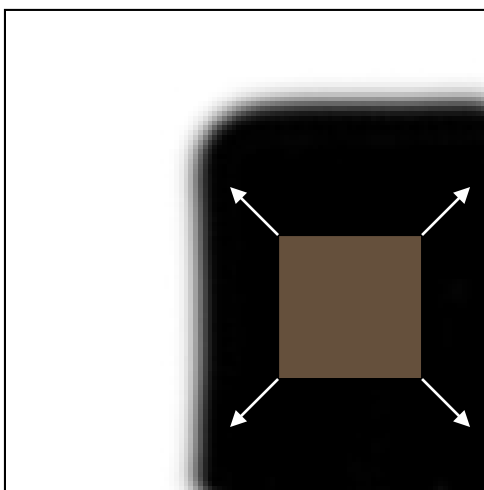


需要提取哪些特征？

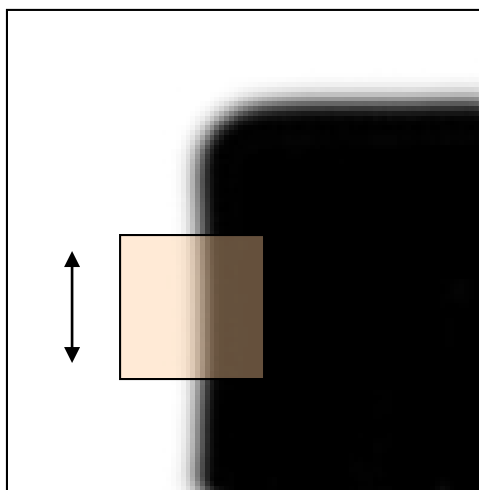


什么是特征点（角点）？

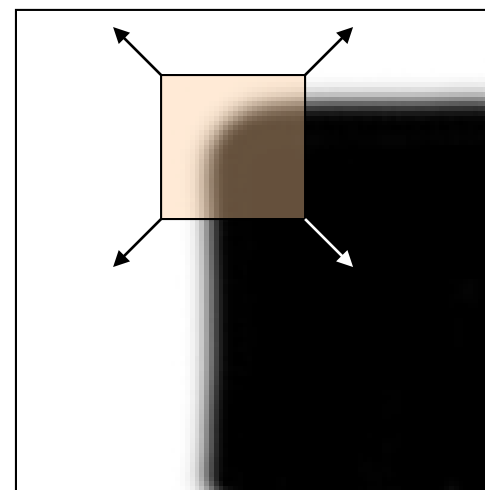
- 通过一个小的局部窗口来判断



“flat” region:
no change in
all directions



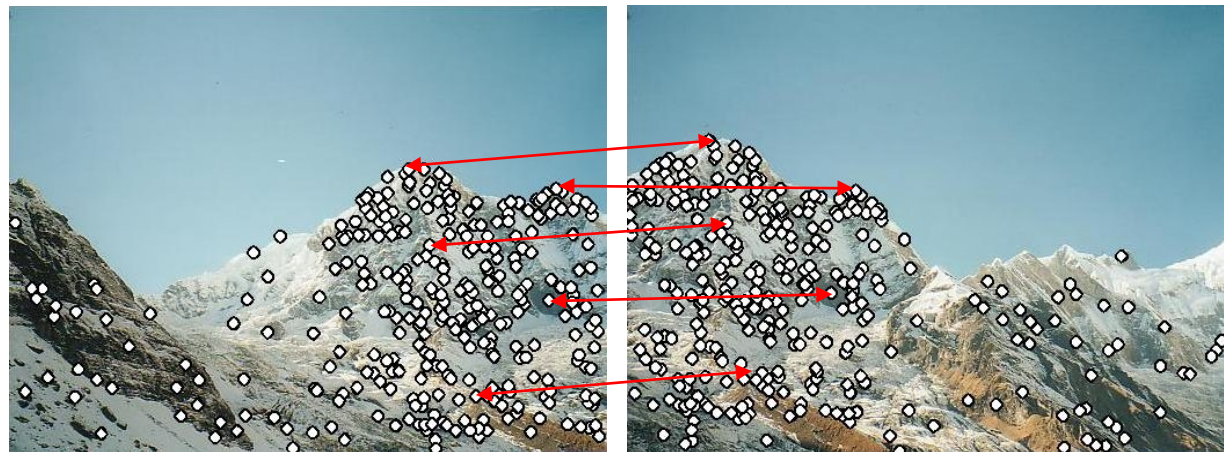
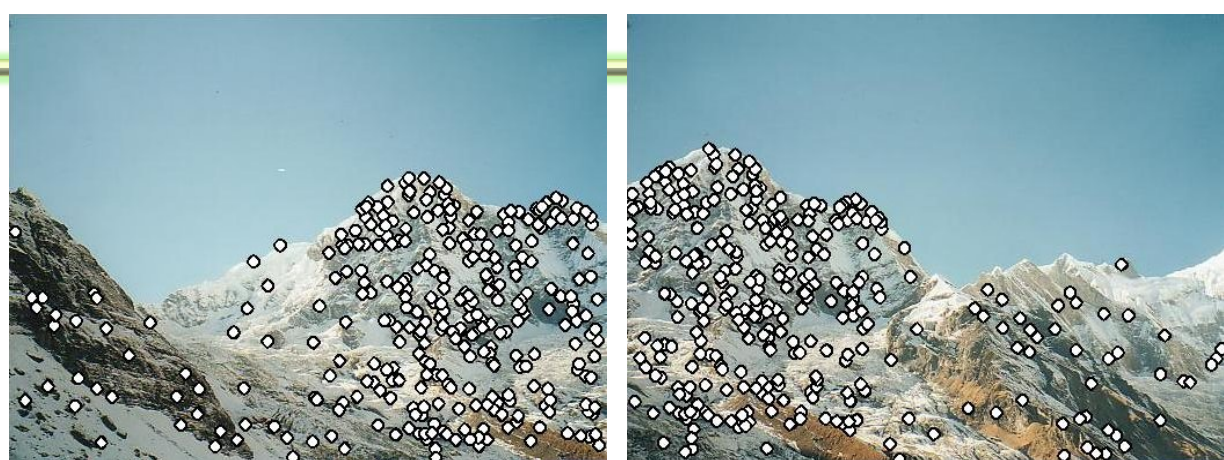
“edge”:
no change along
the edge direction



“corner”:
significant change
in all directions

角点特性

- 可重复性 / 可再现性
 - 同一角点应能在不同图像中检测出，不受几何和亮度等变化的影响
- 显著性
 - 每个角点都是独特的
- 局部性
 - 特征描述的是图像中的一个局部小区域



角点检测算法分类

- 角点检测通常都是基于灰度图像
 - Harris角点
 - SUSAN角点
 - SIFT描述符
 - DAISY描述符
 - ...
- SUSAN角点检测算法具有算法简单、位置准确、抗噪声能力强等特点。

SUSAN角点检测

- 由Stephen M. Smith和 J. Michael Brady提出 (1997)

- 无需计算梯度/导数，算法简单

- SUSAN角点对应于最小的核同值区域（USAN）

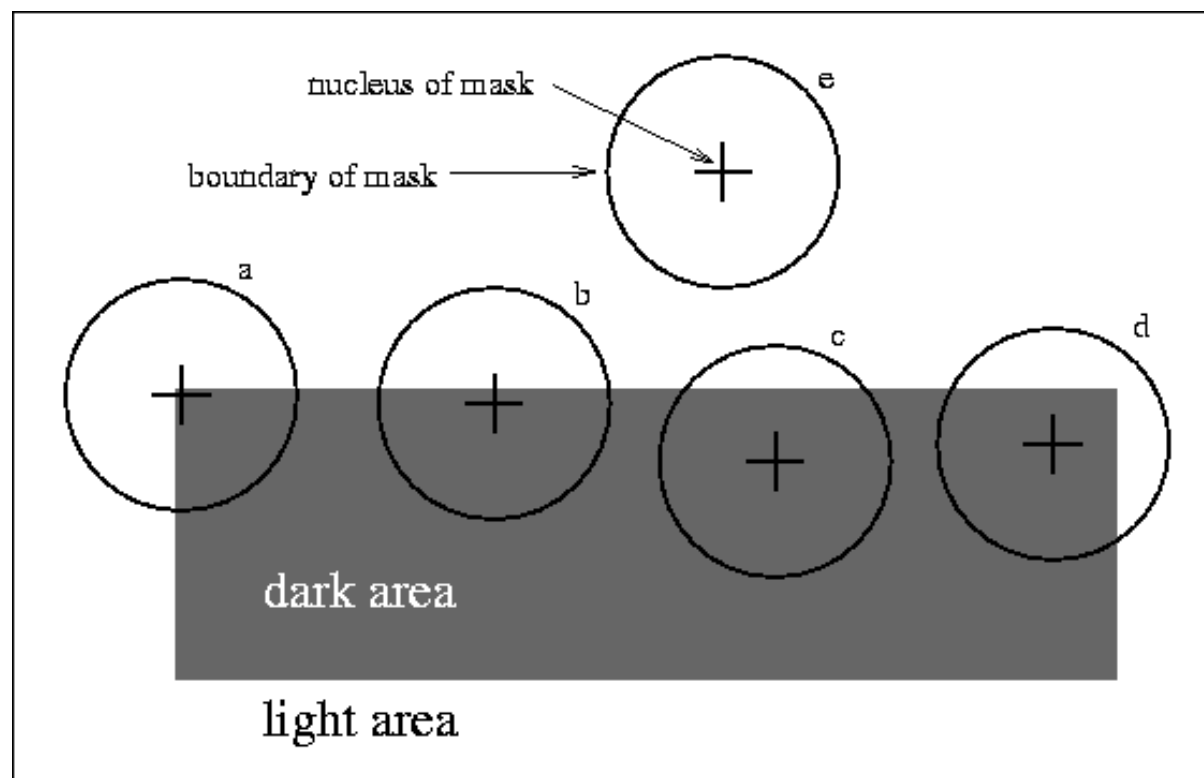
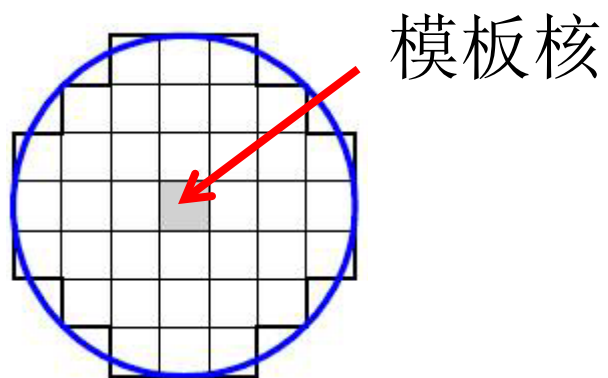
（核同值区域: Univalve Segment Assimilating Nucleus, USAN）

- 采用圆形模板得到各向同性的响应

- 可检测边缘和角点

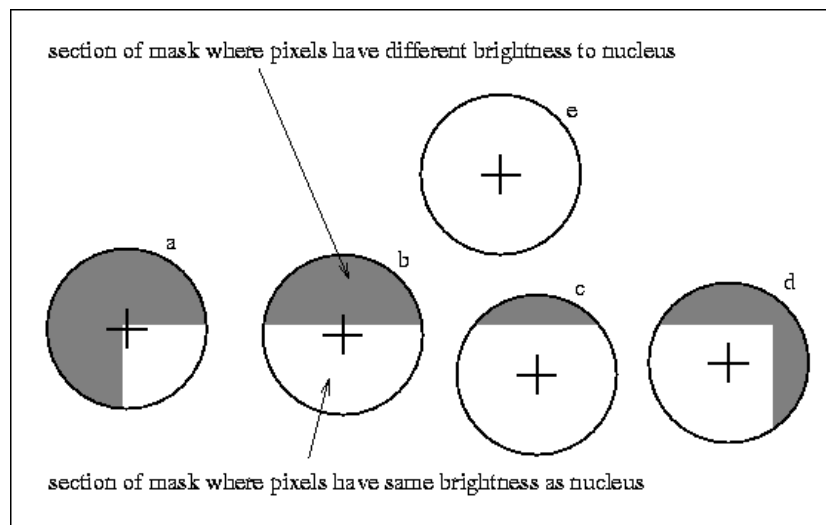
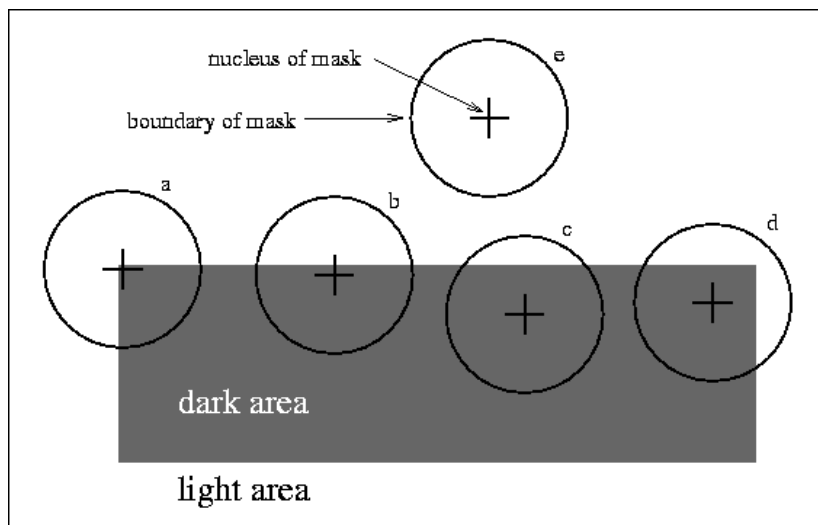
USAN原理

- 核同值区域：与模板核具有相同值的区域。
- 采用圆形模板
- 统计模板中与模板核具有相同值的像素个数



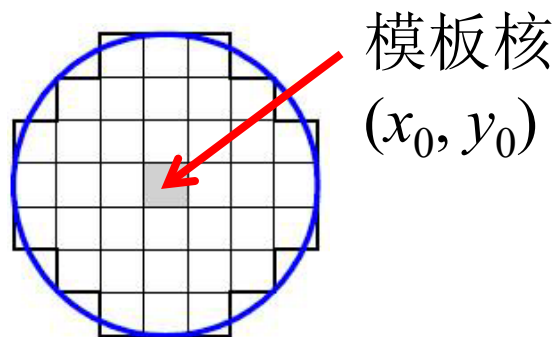
USAN原理

- USAN面积随模板在图像中的位置变化



- 利用USAN面积变化可检测边缘或角点。
- USAN面积在图像角点处具有最小值，故称为SUSAN。

USAN原理



- USAN面积计算

- 将模板内每个像素的灰度值与核的灰度值进行比较

$$C(x_0, y_0; x, y) = \begin{cases} 1 & \text{当 } |f(x_0, y_0) - f(x, y)| \leq T \\ 0 & \text{当 } |f(x_0, y_0) - f(x, y)| > T \end{cases}$$

- 计算USAN区域面积，或USAN区域像素个数 $S(x_0, y_0) = \sum_{(x,y) \in M(x,y)} C(x_0, y_0; x, y)$
- $S(x_0, y_0)$ 值在角点处达到最小。

SUSAN响应

- 考虑一个固定的几何阈值 $G=3S_{max}/4$ ，可得SUSAN算子的边缘响应。

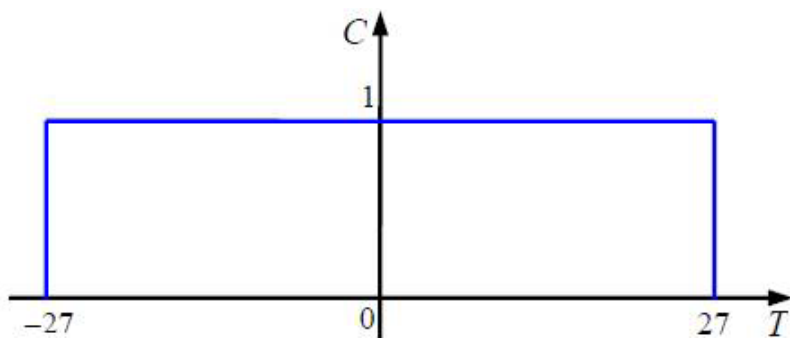
$$R(x_0, y_0) = \begin{cases} G - S(x_0, y_0) & \text{如果 } S(x_0, y_0) < G \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

- $R(x_0, y_0)$ 表明USAN面积越小，边缘响应越大。

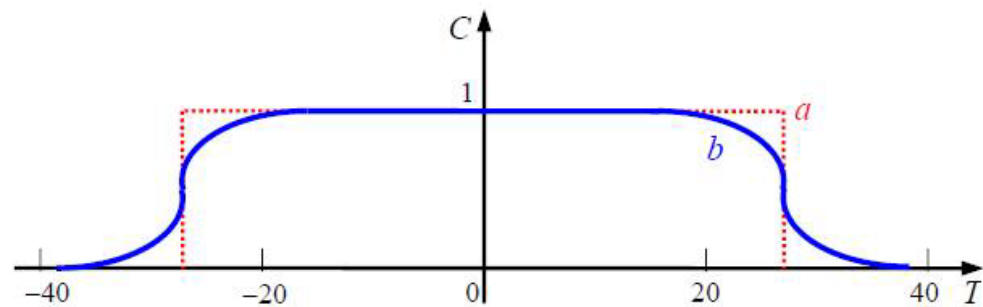
SUSAN算子改进

- 采用更稳定的计算 $C(x_0, y_0; x, y)$ 的公式

$$\begin{cases} 1 & \text{当 } |f(x_0, y_0) - f(x, y)| \leq T \\ 0 & \text{当 } |f(x_0, y_0) - f(x, y)| > T \end{cases}$$



$$\exp\left\{-\left[\frac{f(x_0, y_0) - f(x, y)}{T}\right]^2\right\}$$



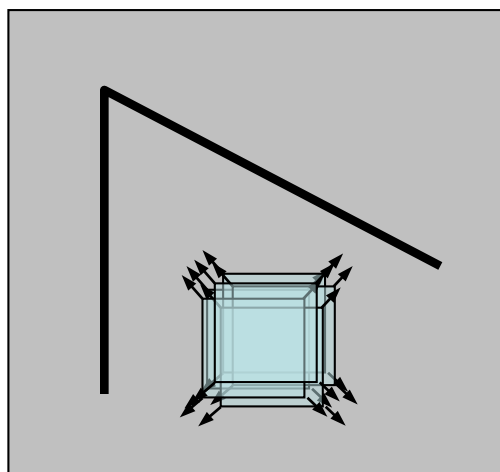
SUSAN角点检测结果



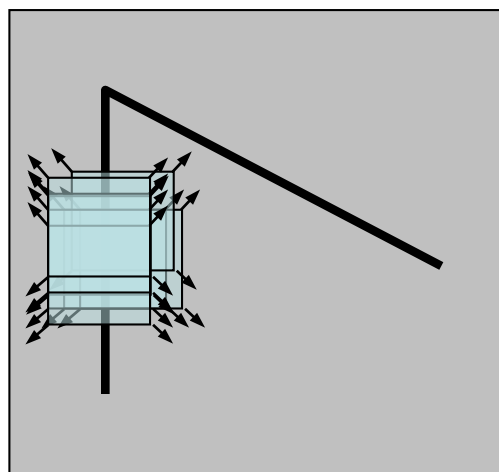
Harris角点检测

C.Harris, M.Stephens. "A Combined Corner and Edge Detector". 1988

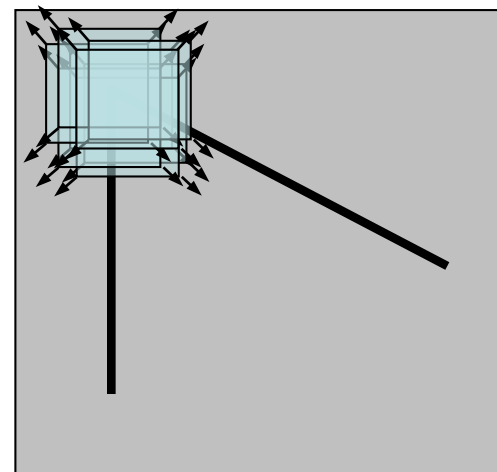
- Harris角点对较小的尺度、旋转、光照变化和图像噪声具有较强不变性，且精度高、运算速度快，因此是目前流行的特征点检测算子之一。
- Harris角点是基于像素亮度的局部自相关函数，局部自相关函数可表征为亮度的局部变化率。



“flat” region



“edge”



“corner”

Harris角点检测

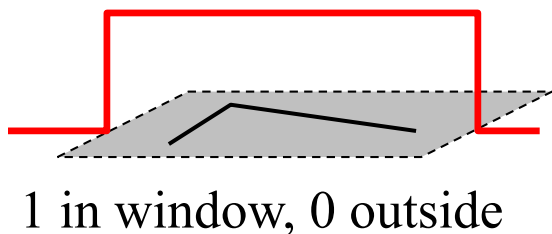
- 对于图像 $I(x,y)$, 当在点 (x,y) 处平移 $(\Delta x, \Delta y)$ 后的自相似性, 可通过自相关函数给出:

$$c(x, y; \Delta x, \Delta y) = \sum_{x, y} w(x, y) \left[I(x + \Delta x, y + \Delta y) - I(x, y) \right]^2$$

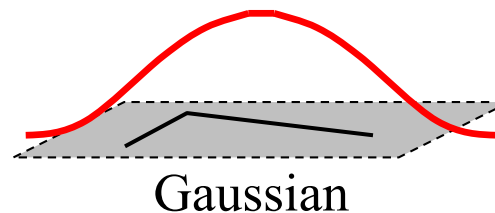
Diagram illustrating the components of the Harris corner detection formula:

- $w(x, y)$: Window function (represented by a green oval with an arrow pointing to the summation index x, y)
- $I(x + \Delta x, y + \Delta y)$: Shifted intensity (represented by a green oval with an arrow pointing to the shifted intensity term)
- $I(x, y)$: Intensity (represented by a green oval with an arrow pointing to the original intensity term)

- 其中 $w(x,y)$ 为加权函数, 是以 (x,y) 为中心的窗口。它既可以是常数, 也可以是高斯加权函数。



or



Harris角点检测

- 根据泰勒展开，对图像 $I(x + \Delta x, y + \Delta y)$ 进行一阶近似：

$$\begin{aligned} I(x + \Delta x, y + \Delta y) &= I(x, y) + I_x(x, y)\Delta x + I_y(x, y)\Delta y + O(\Delta x^2, \Delta y^2) \\ &\approx I(x, y) + I_x(x, y)\Delta x + I_y(x, y)\Delta y \end{aligned}$$

- 其中 I_x 和 I_y 是图像 $I(x, y)$ 的偏导数，因此自相关函数简化为：

$$c(x, y; \Delta x, \Delta y) \approx \sum_{x, y \in w} w(x, y) (I_x(x, y)\Delta x + I_y(x, y)\Delta y)^2 = [\Delta x \quad \Delta y] M(x, y) \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix}$$

$$M = \sum_{x, y} w(x, y) \begin{bmatrix} I_x^2 & I_x I_y \\ I_x I_y & I_y^2 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{img}} \begin{bmatrix} \sum_w I_x^2 & \sum_w I_x I_y \\ \sum_w I_x I_y & \sum_w I_y^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{C} \\ \mathbf{C} & \mathbf{B} \end{bmatrix}$$

Harris角点检测

- 图像 $I(x,y)$ 在点 (x,y) 处平移 $(\Delta x, \Delta y)$ 后的自相关函数可近似为二次项函数

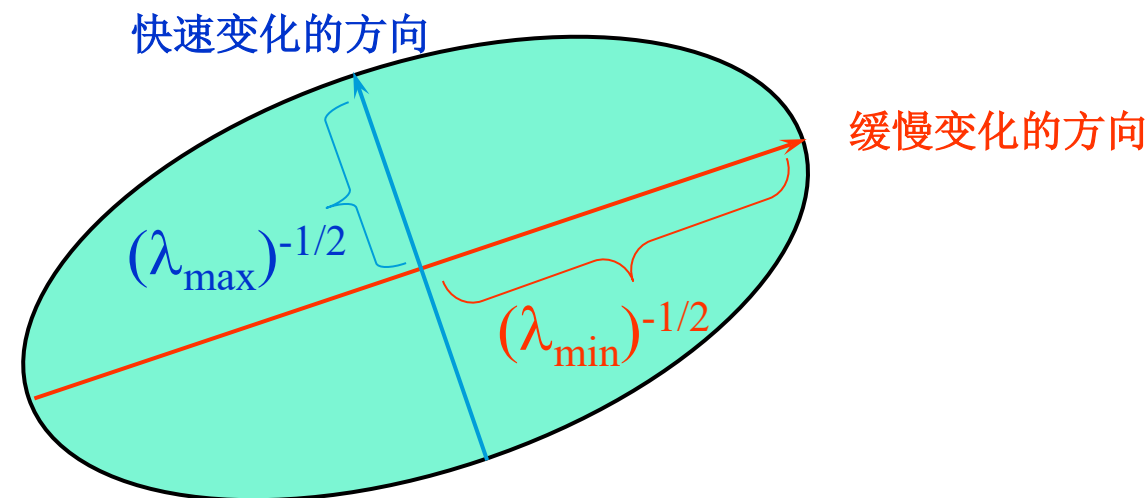
$$c(x, y; \Delta x, \Delta y) \approx \mathbf{A}\Delta x^2 + 2\mathbf{C}\Delta x\Delta y + \mathbf{B}\Delta y^2 \quad \text{其中} \quad \mathbf{A} = \sum_w I_x^2, \quad \mathbf{B} = \sum_w I_y^2, \quad \mathbf{C} = \sum_w I_x I_y$$

直接求解上述 $c(x, y, \Delta x, \Delta y)$ 来判断角点?

Harris角点检测是通过对窗口内每个像素 x 方向上的梯度 I_x 与 y 方向上的梯度 I_y 进行统计分析

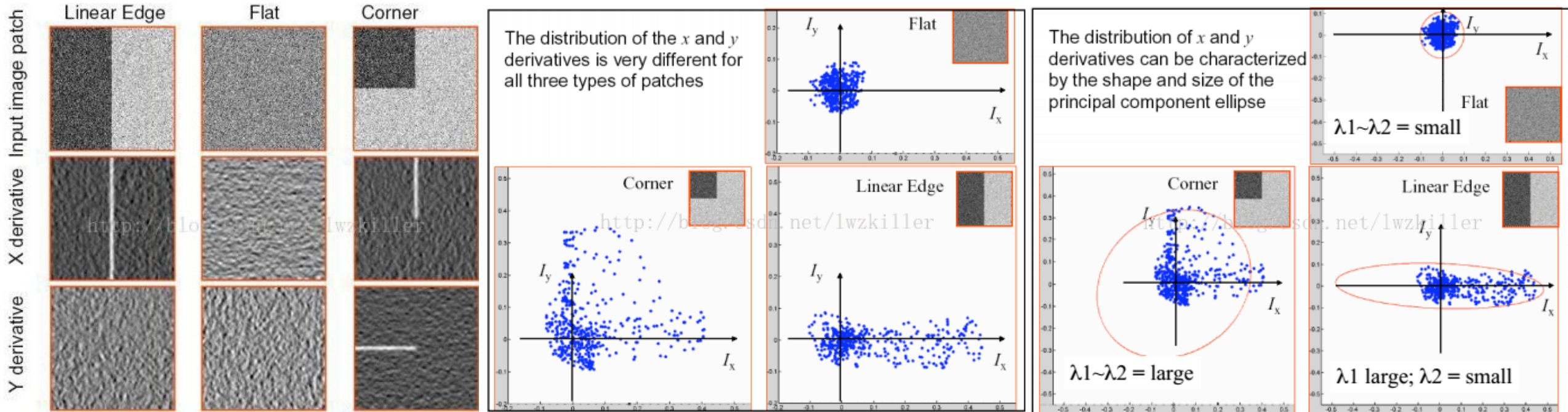
二次项函数本质上是一个椭圆函数。椭圆的扁率和尺寸是由 $\mathbf{M}(x,y)$ 的特征值 λ_1 和 λ_2 决定的，椭圆方向是由 $\mathbf{M}(x,y)$ 的特征矢量决定的，椭圆方程为：

$$\begin{bmatrix} \Delta x & \Delta y \end{bmatrix} \mathbf{M}(x, y) \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} = 1$$



Harris角点检测

- 以 I_x 和 I_y 为坐标轴，将每个像素的梯度坐标表示为 (I_x, I_y) 。针对平坦区域，边缘以及角点三种情形分析：



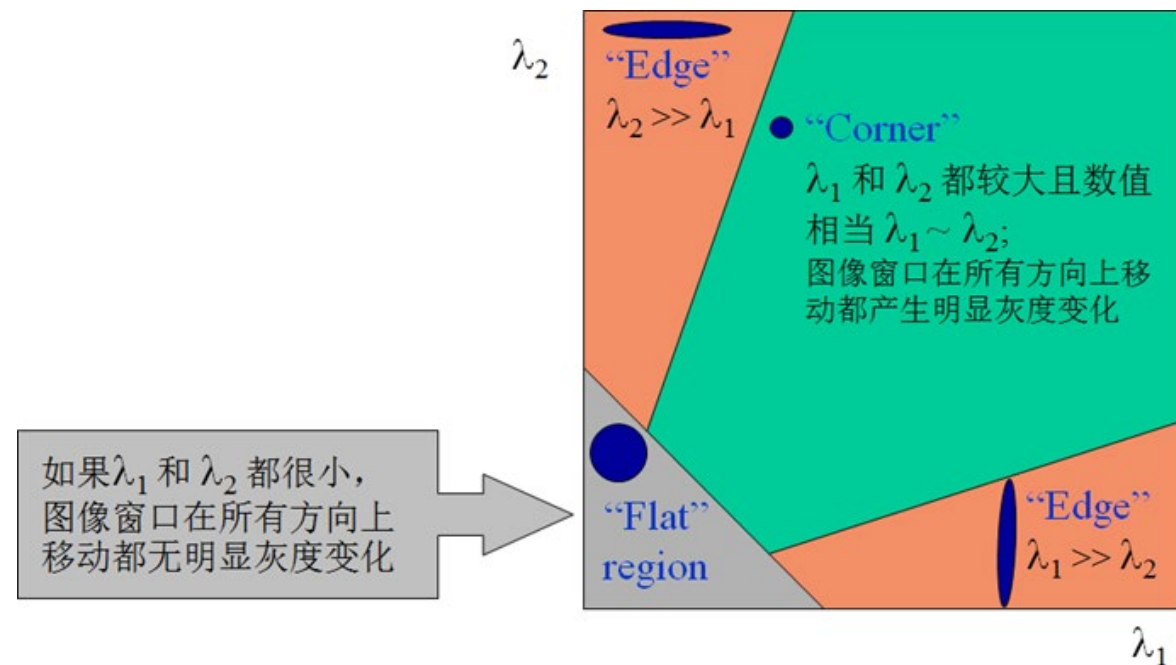
三种情况窗口梯度图

三种情况窗口对应像素的梯度分布绘制

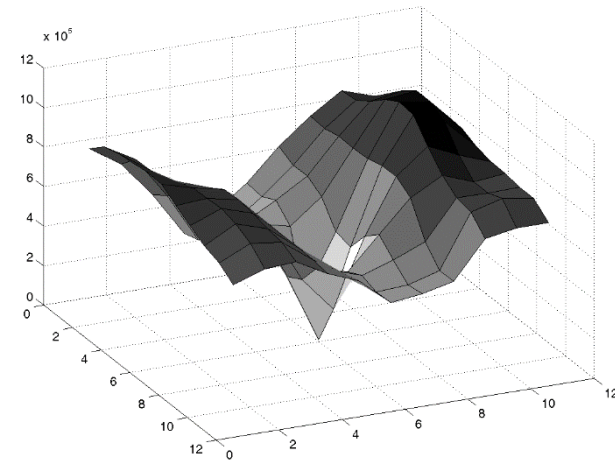
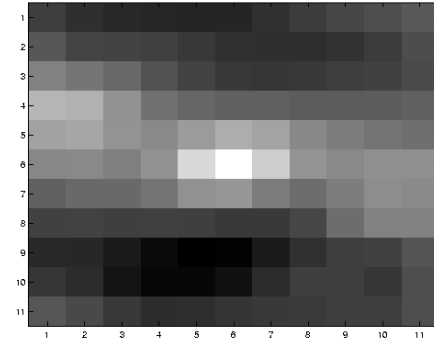
用椭圆进行数据集表示

Harris角点检测

- 椭圆函数特征值与图像中的角点、直线（边缘）和平面之间的关系如下图所示。共可分为三种情况：
- (1) 平坦: 两个特征值都小，且近似相等；自相关函数数值在各个方向上都小。
- (2) 边缘: 特征值一个大一个小， $\lambda_1 \gg \lambda_2$ 或 $\lambda_2 \gg \lambda_1$ 。自相关函数值在某一方向上大，在其他方向上小。
- (3) 角点: 两个特征值都大，且近似相等，自相关函数在所有方向都增大。

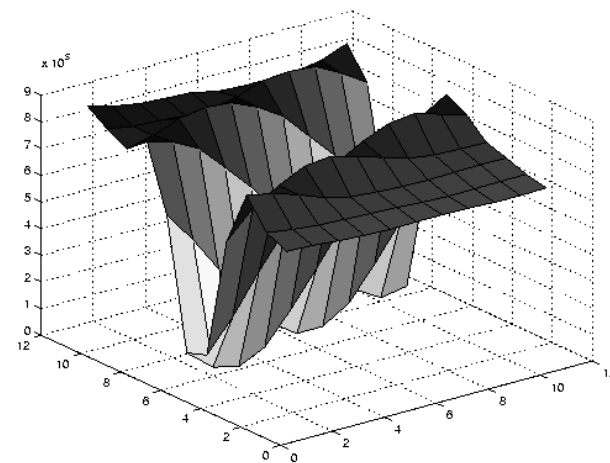
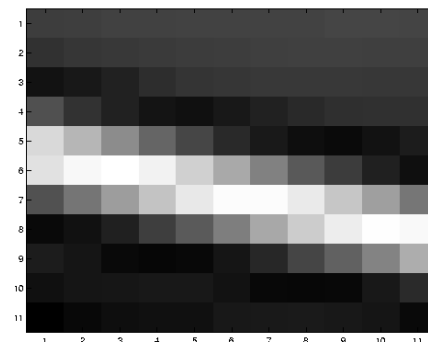
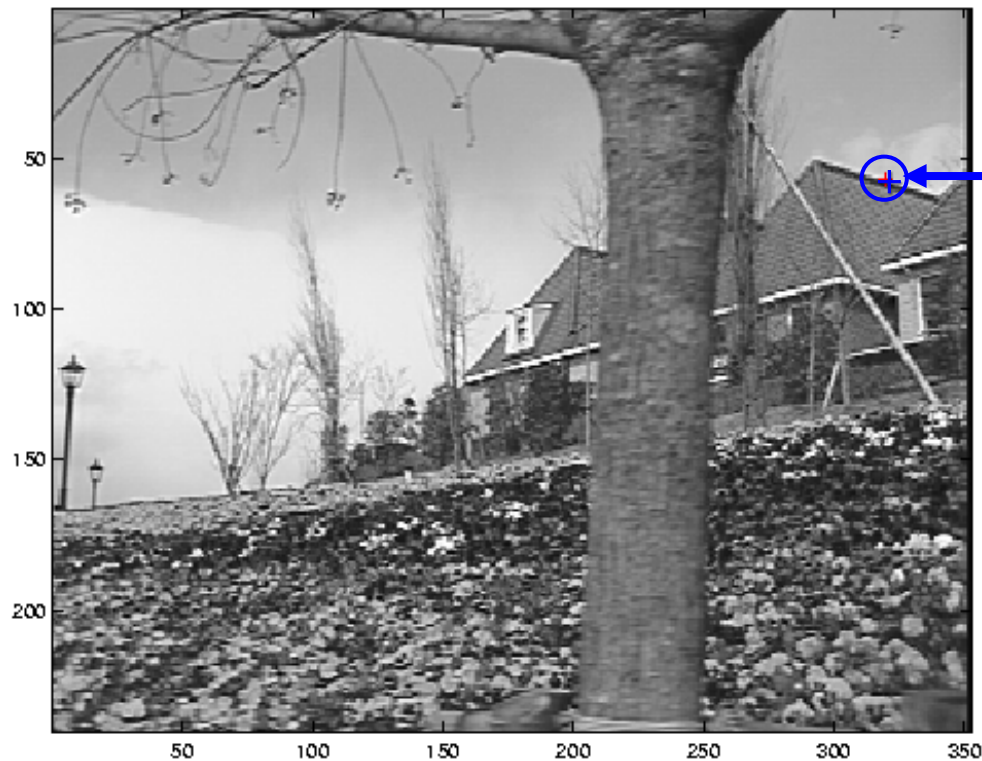


Harris角点检测



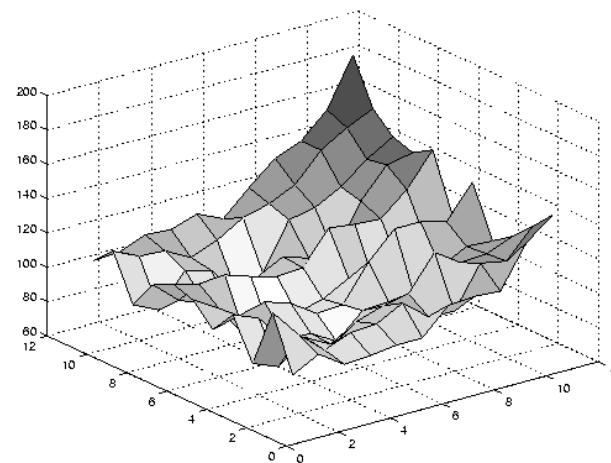
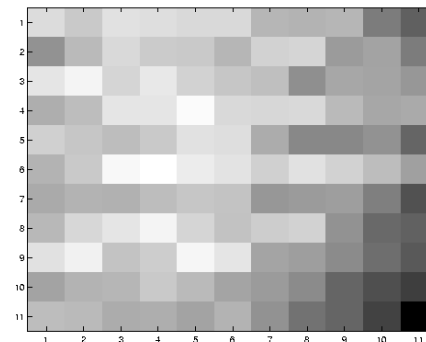
λ_1 and λ_2 are large

Harris角点检测



large λ_1 , small λ_2

Harris角点检测



small λ_1 , small λ_2

Harris角点检测

- 根据二次项函数特征值计算公式，可以求出 $\mathbf{M}(x,y)$ 矩阵的特征值。但Harris角点判断方法并不需要计算具体的特征值，而是计算一个角点响应值 R 来判断角点。 R 的计算公式为：

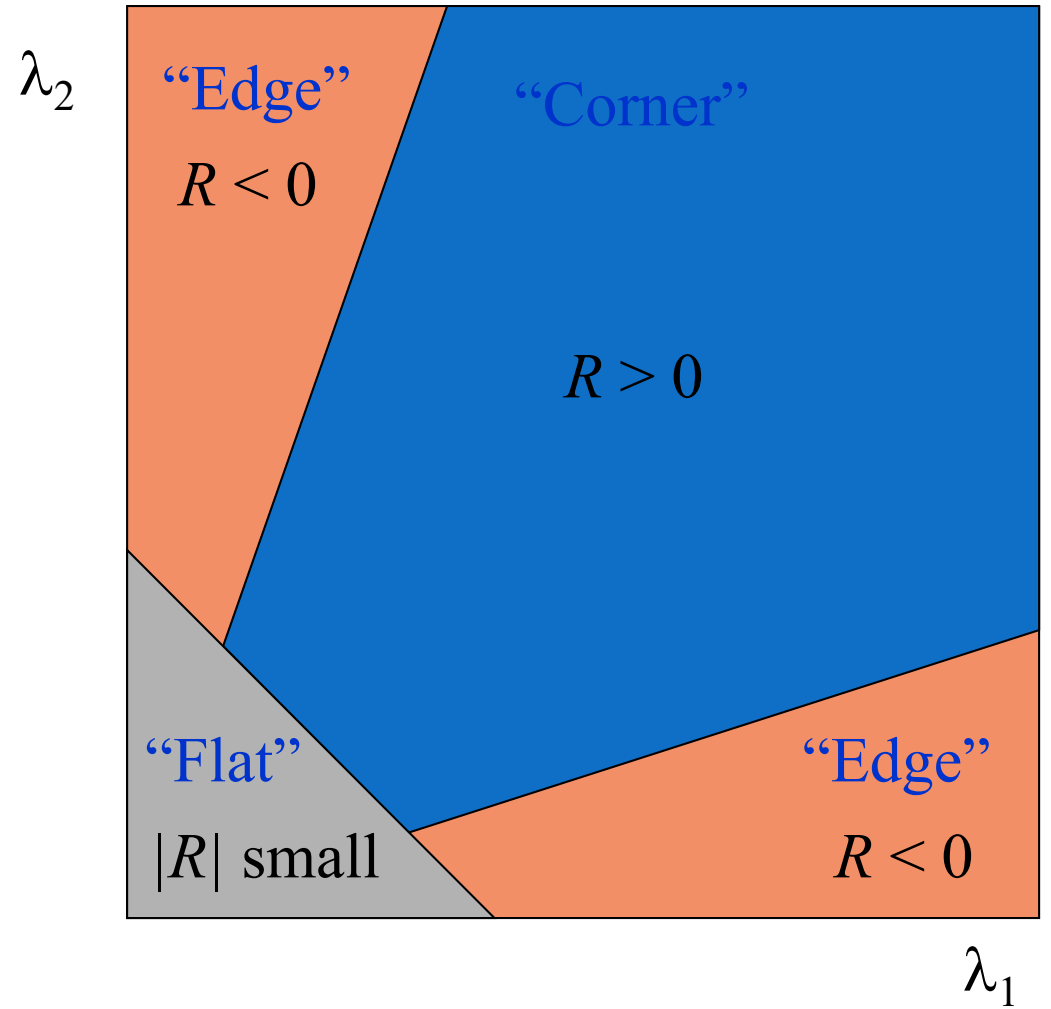
$$R = \det \mathbf{M} - k (\text{trace } \mathbf{M})^2$$

- 其中 $\det \mathbf{M}$ 为矩阵 $\mathbf{M}$ 的行列式； $\text{trace } \mathbf{M}$ 为矩阵 $\mathbf{M}$ 的迹； k 为常数(empirical constant)，取值范围为0.04~0.06.

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{C} \\ \mathbf{C} & \mathbf{B} \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{aligned} \det \mathbf{M} &= \lambda_1 \lambda_2 = \mathbf{A}\mathbf{C} - \mathbf{B}^2 \\ \text{trace } \mathbf{M} &= \lambda_1 + \lambda_2 = \mathbf{A} + \mathbf{B} \end{aligned}$$

Harris角点检测

- R depends only on eigenvalues of M
- R is large for a **corner**
- R is negative with large magnitude for an **edge**
- $|R|$ is small for a **flat** region



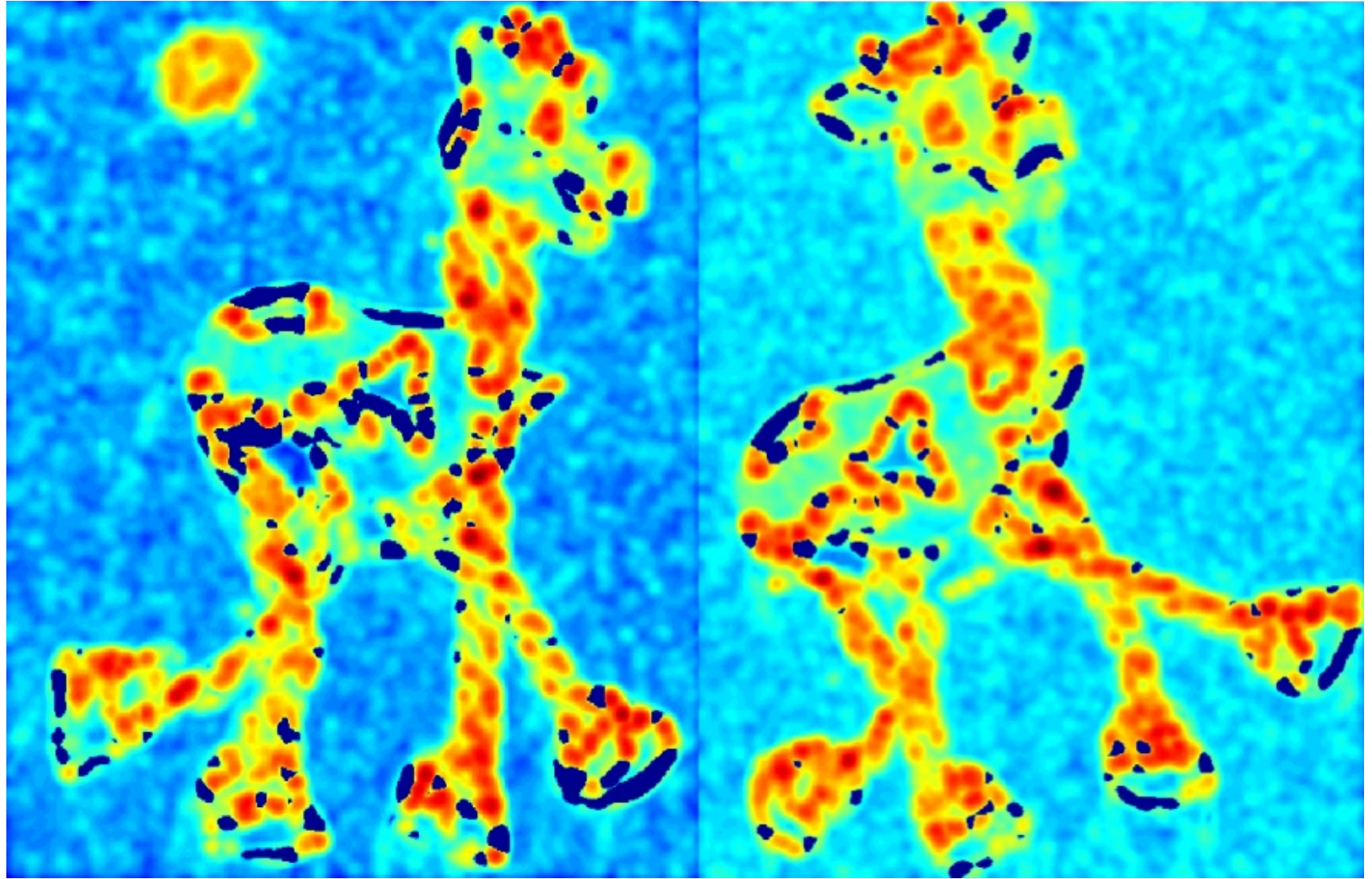
Harris角点检测

- The Algorithm Workflow:
 - Find points with large corner response function R ($R >$ threshold)
 - Take the points of local maxima of R



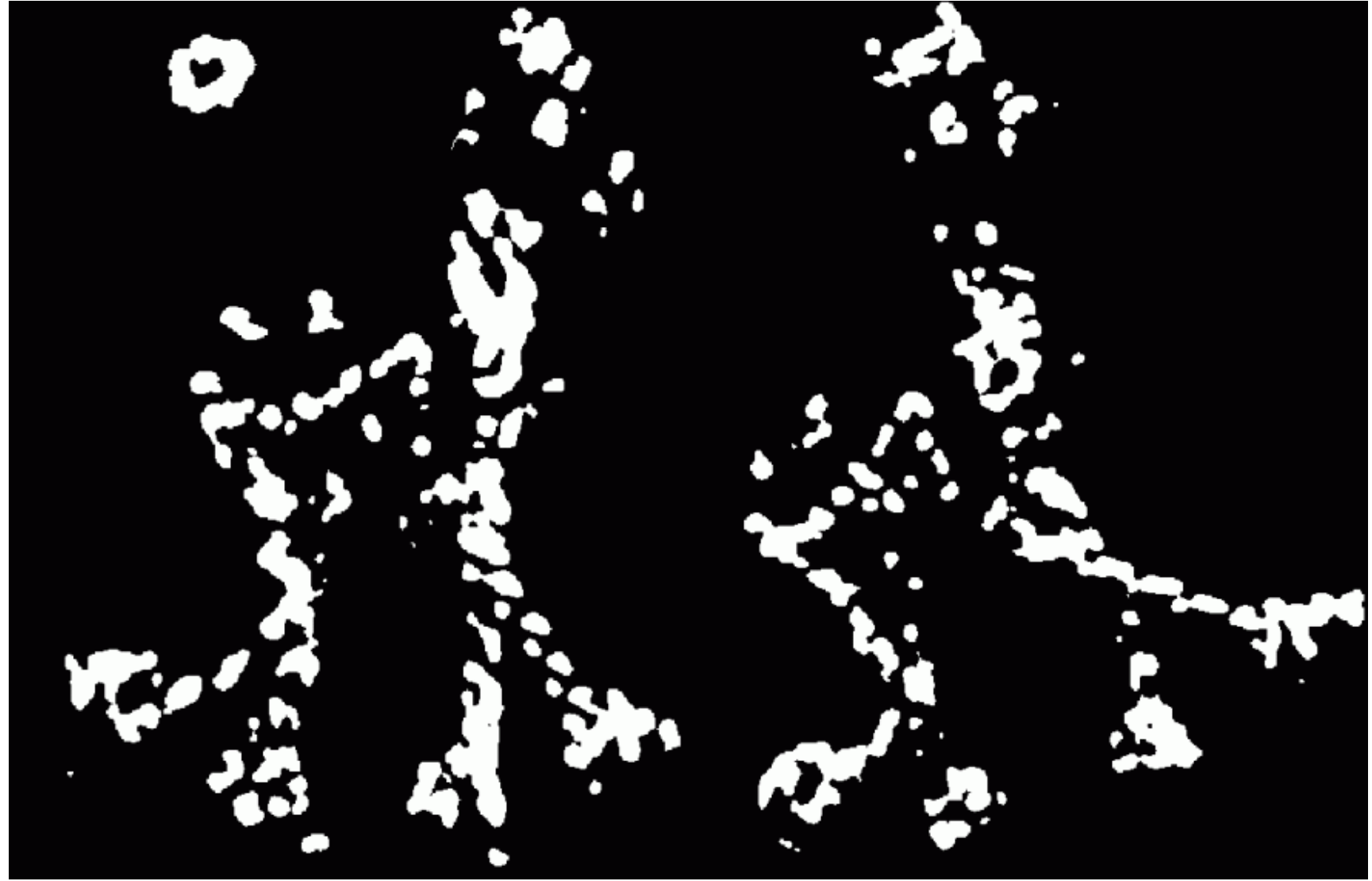
Harris角点检测

- Compute corner response R



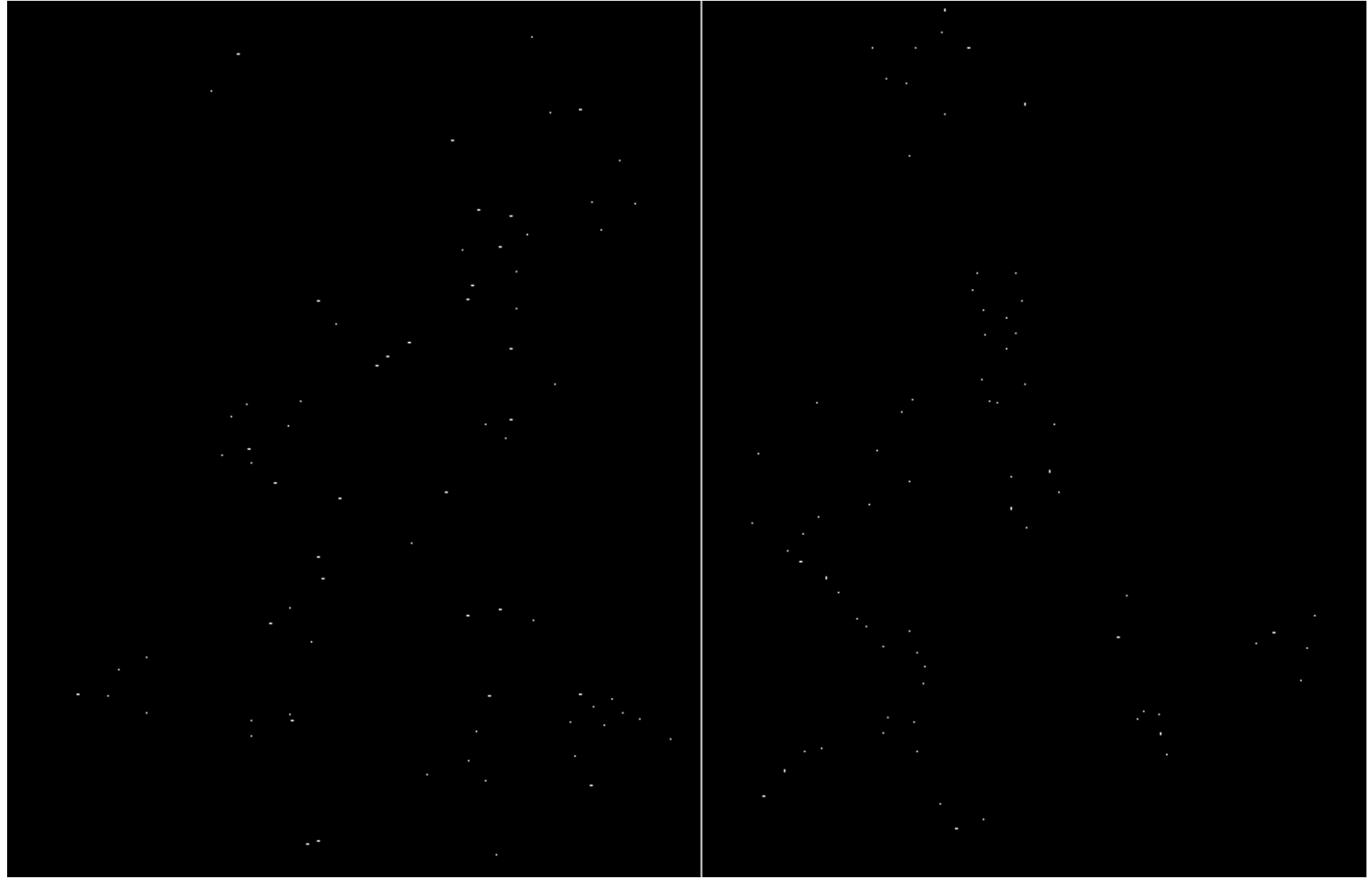
Harris角点检测

- Find points with large corner response: $R > \text{threshold}$



Harris角点检测

- Take only the points of local maxima of R



Harris角点检测流程

1. Compute x and y derivatives of image

$$I_x = G_{\sigma}^x * I \quad I_y = G_{\sigma}^y * I$$

2. Compute products of derivatives at every pixel

$$I_{x2} = I_x \cdot I_x \quad I_{y2} = I_y \cdot I_y \quad I_{xy} = I_x \cdot I_y$$

3. Compute the sums of the products of derivatives at each pixel

$$S_{x2} = G_{\sigma^2} * I_{x2} \quad S_{y2} = G_{\sigma^2} * I_{y2} \quad S_{xy} = G_{\sigma^2} * I_{xy}$$

4. Define at each pixel (x, y) the matrix

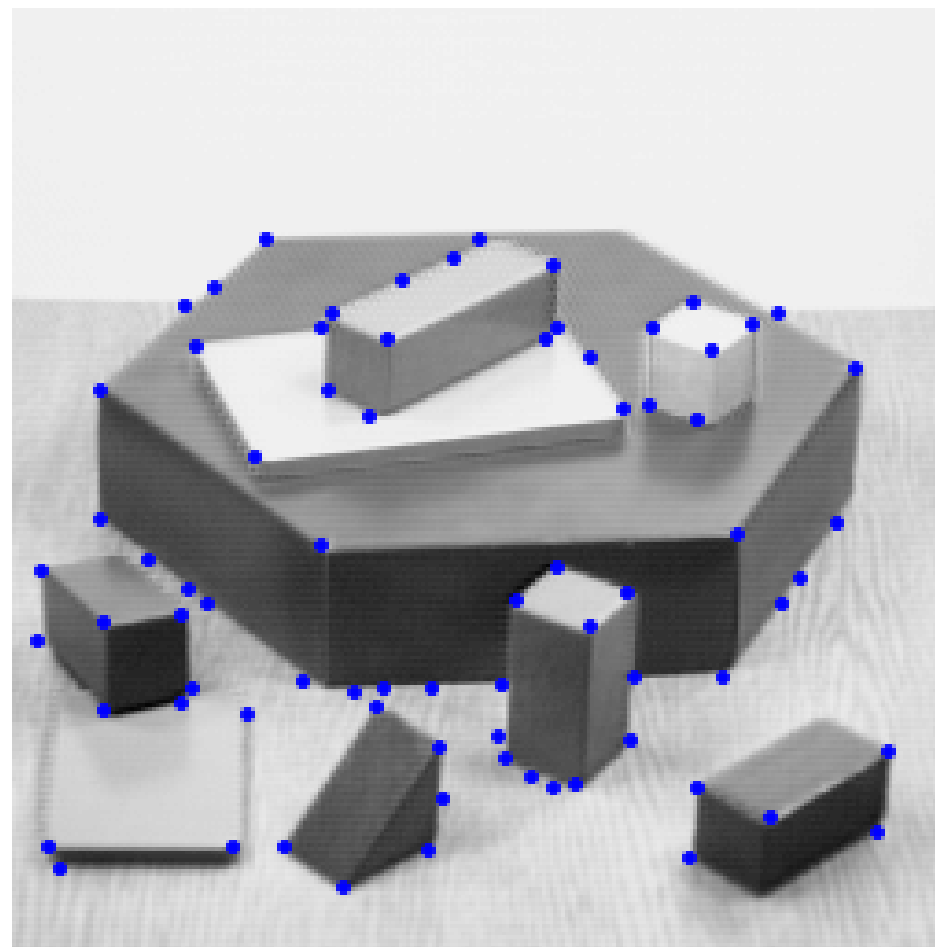
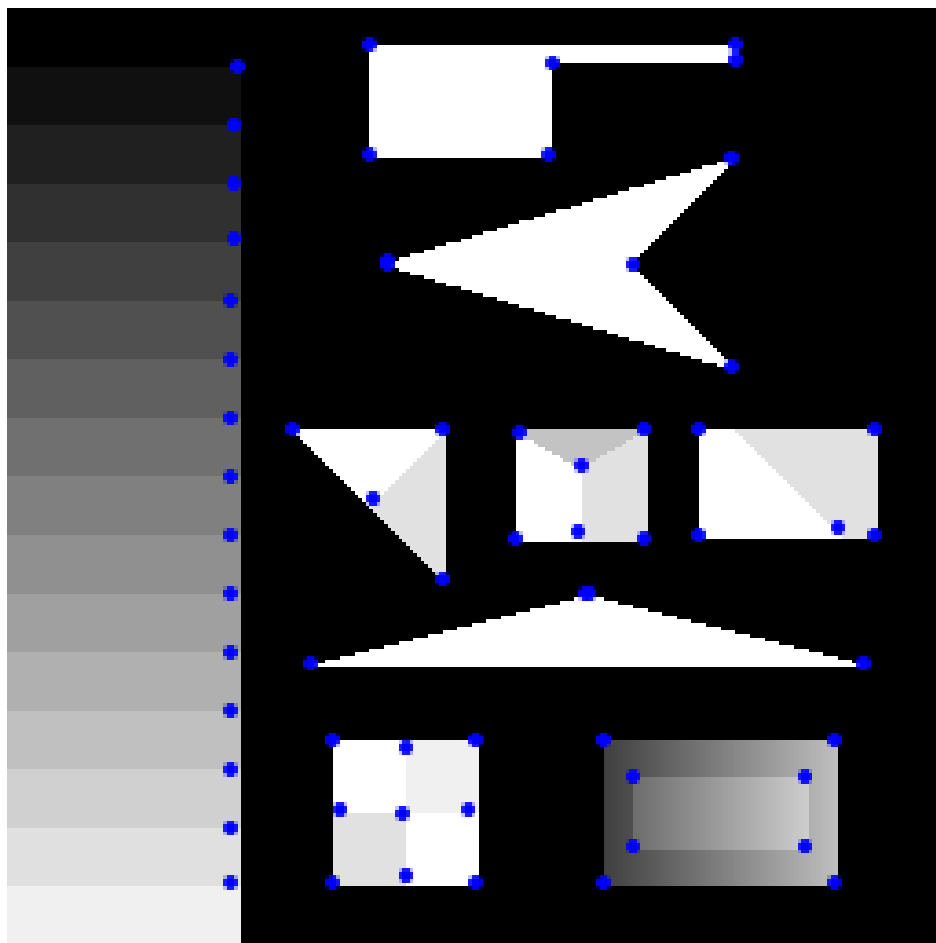
$$H(x, y) = \begin{bmatrix} S_{x2}(x, y) & S_{xy}(x, y) \\ S_{xy}(x, y) & S_{y2}(x, y) \end{bmatrix}$$

5. Compute the response of the detector at each pixel

$$R = \text{Det}(H) - k(\text{Trace}(H))^2$$

6. Threshold on value of R . Compute nonmax suppression.

Harris角点检测

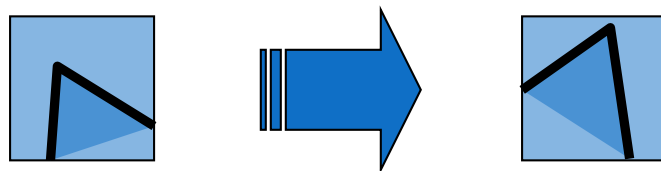


Ideal feature detector

- Would always find the same point on an object, regardless of changes to the image.
- i.e., insensitive to changes in:
 - Scale
 - Lighting
 - Perspective imaging
 - Partial occlusion
 - ...

Harris Detector: Some Properties

- Rotation invariance?



Harris corner response measure depends only on the eigenvalues of the matrix $\mathbf{M}$

$$\mathbf{M} = \sum_{x,y} w(x,y) \begin{bmatrix} I_x^2 & I_x I_y \\ I_x I_y & I_y^2 \end{bmatrix}$$



Ellipse rotates but its shape (i.e. eigenvalues) remains the same

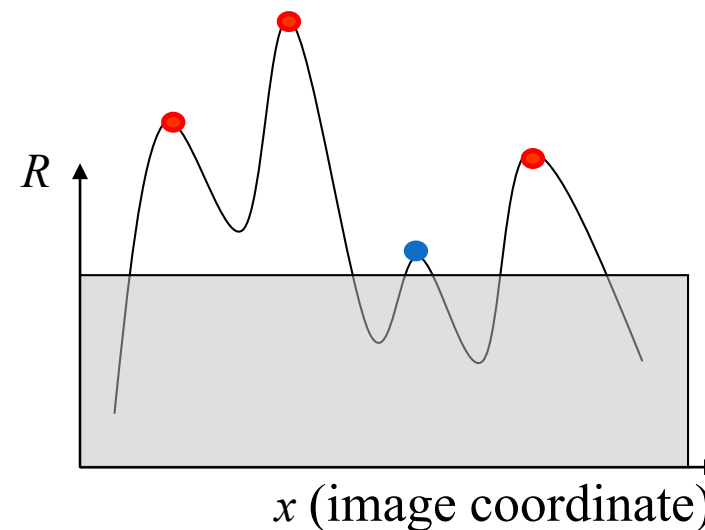
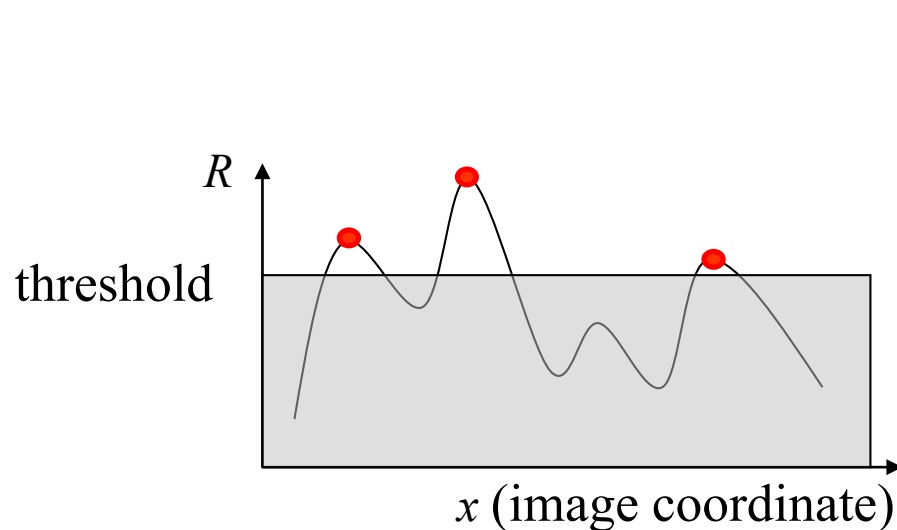
Corner response $\mathbf{R}$ is invariant to image rotation

Harris Detector: Some Properties

- Partial invariance to additive and multiplicative intensity changes

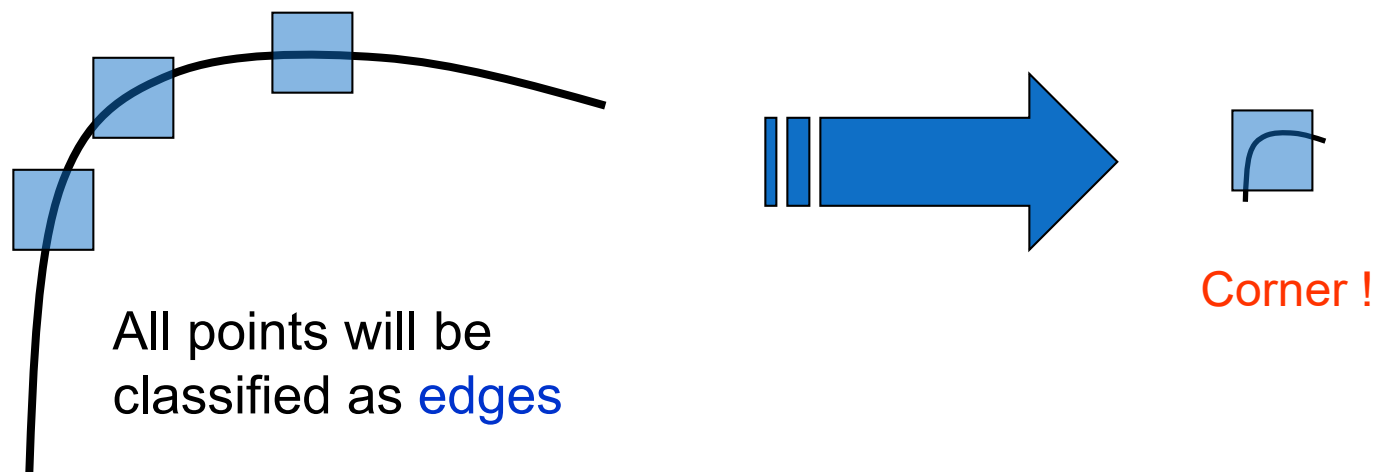
- ✓ Only derivatives are used $\Rightarrow$ invariance to intensity shift $I \rightarrow I + b$

- ✓ Intensity scale: $I \rightarrow a I$ Because of fixed intensity threshold on local maxima, only partial invariance to multiplicative intensity changes.



Harris Detector: Some Properties

- Not invariant to *image scale*!

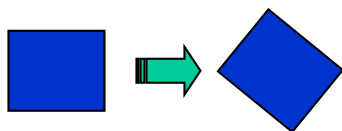


We want to: detect *the same* interest points regardless of *image changes*

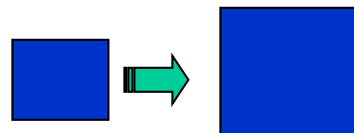
• **Models of Image Change:**

• Geometry

• Rotation



• Similarity (rotation + uniform scale)

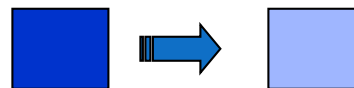


• Affine (scale dependent on direction)



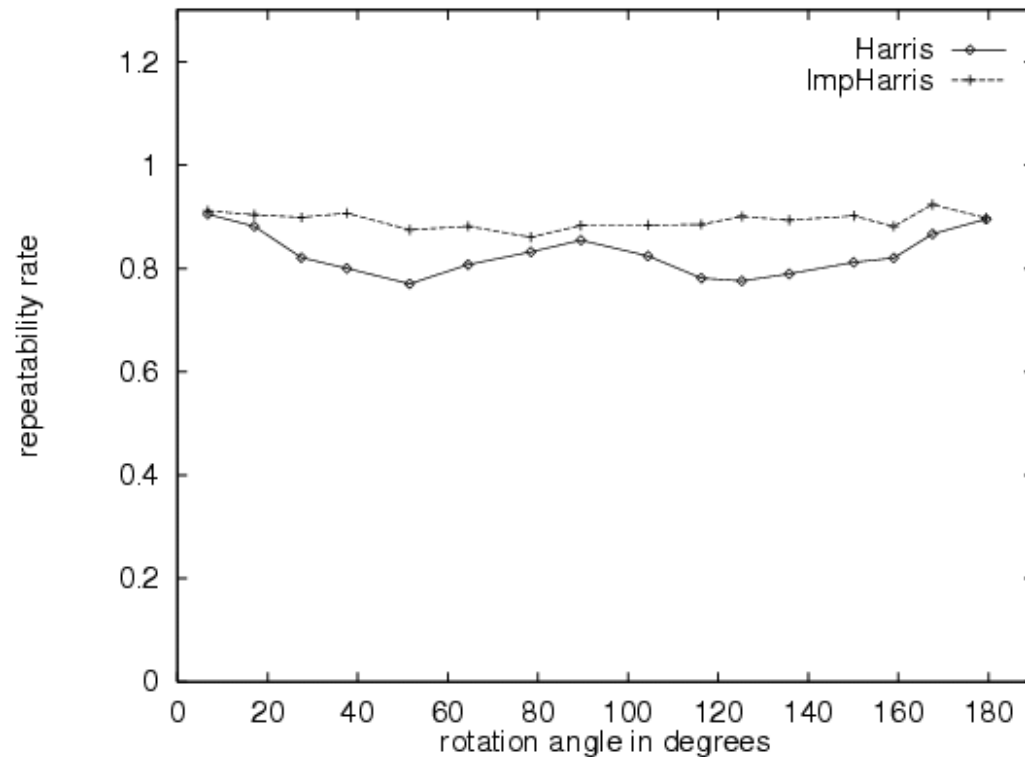
• Photometry

• Affine intensity change ($I \rightarrow a I + b$)



Rotation Invariant Detection

- Harris Corner Detector



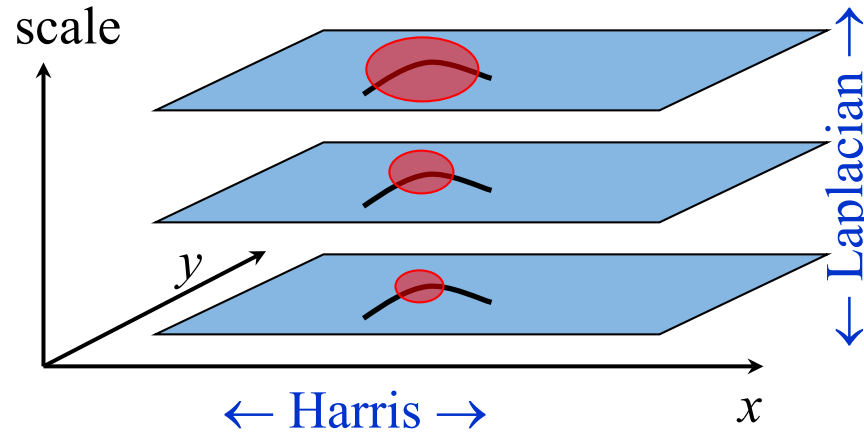
C.Schmid et.al. “Evaluation of Interest Point Detectors”. IJCV 2000

Scale Invariant Detectors

- **Harris-Laplacian**¹

Find local maximum of:

- Harris corner detector in space (image coordinates)
- Laplacian in scale

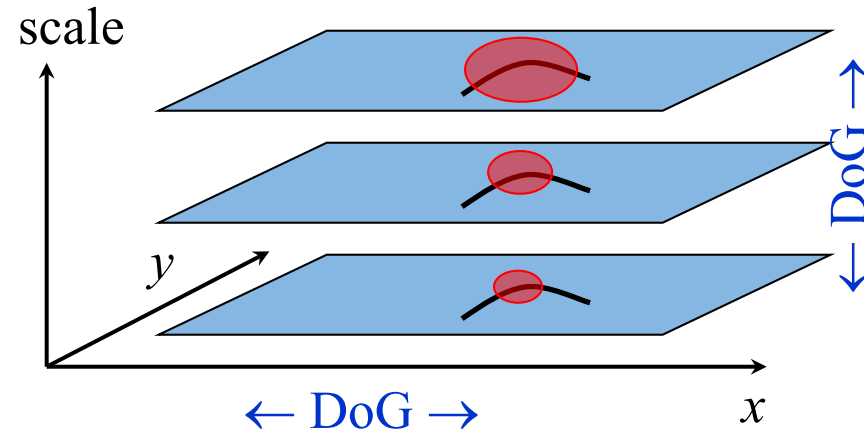


¹ K.Mikolajczyk, C.Schmid. “Indexing Based on Scale Invariant Interest Points”. ICCV 2001

- **SIFT (Lowe)**²

Find local maximum of:

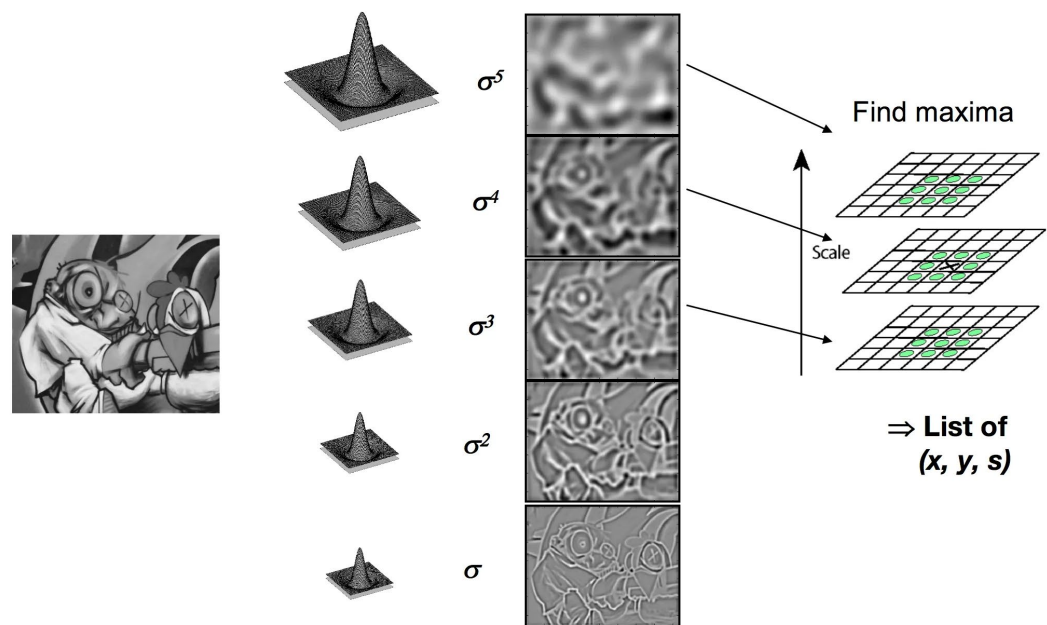
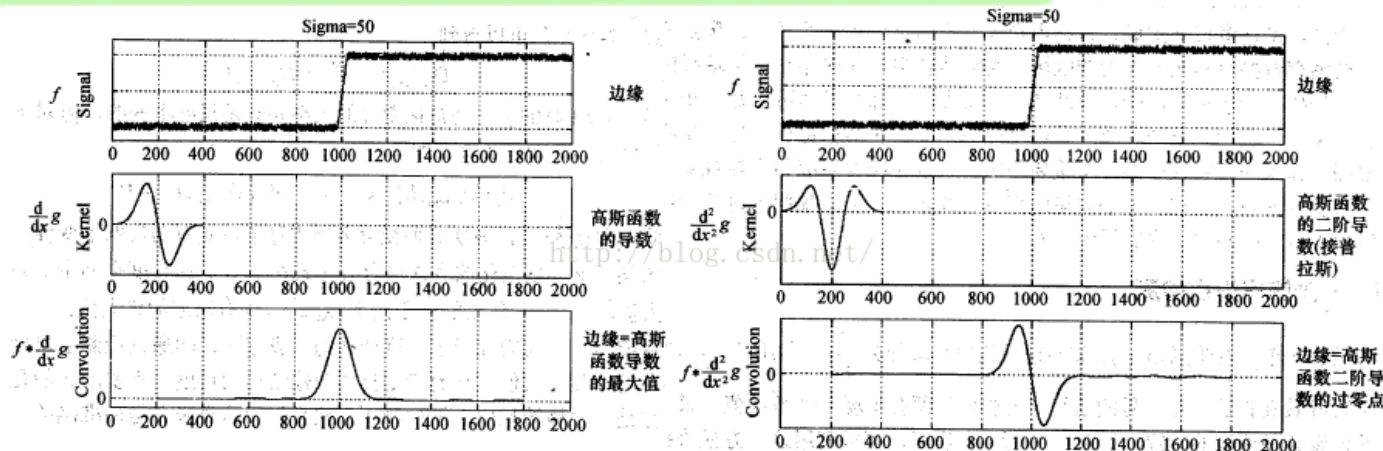
- Difference of Gaussians in space and scale



² D.Lowe. “Distinctive Image Features from Scale-Invariant Keypoints”. IJCV 2004

Harris-Laplacian

- Harris角点对尺度变化敏感。
- Harris-Laplace算法结合Harris算法和Laplace尺度空间，实现尺度不变性。
- Harris-Laplace算法基本思路：
 - 预设一组尺度（高斯方差），生成一组不同尺度下的图像集；
 - 在每个尺度下进行Harris检测，建立初始角点集；
 - 对每个初始角点，比较其邻域响应值，若为LoG尺度空间中的局部极大值，则认为该点为角点，若不是则删除。



Scale Invariant Feature Transform (SIFT)

•SIFT描述符特性:

- 1) 对旋转、尺度缩放、部分亮度变化具有较强的不变性；对视角变化、仿射变换及噪声也保持一定程度的稳定性。
- 2) 提取的特征向量具有较强的唯一性，可采用多达128维特征向量表征，信息量丰富，适于在海量特征数据库中进行快速、准确的匹配。
- 3) 虽然SIFT算法本身计算复杂，运算量大，但经优化后可达实时要求。

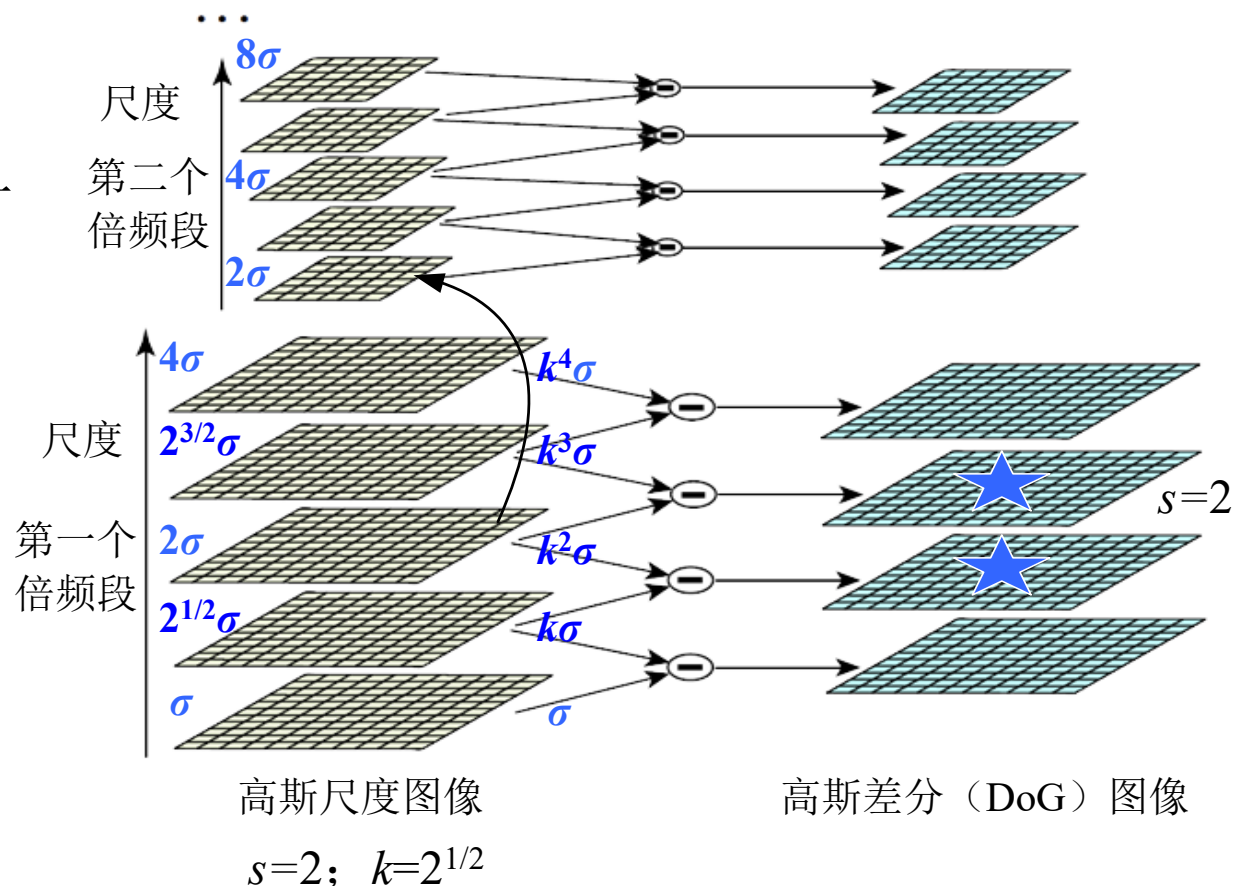
Scale Invariant Feature Transform (SIFT)

•SIFT描述符基本步骤:

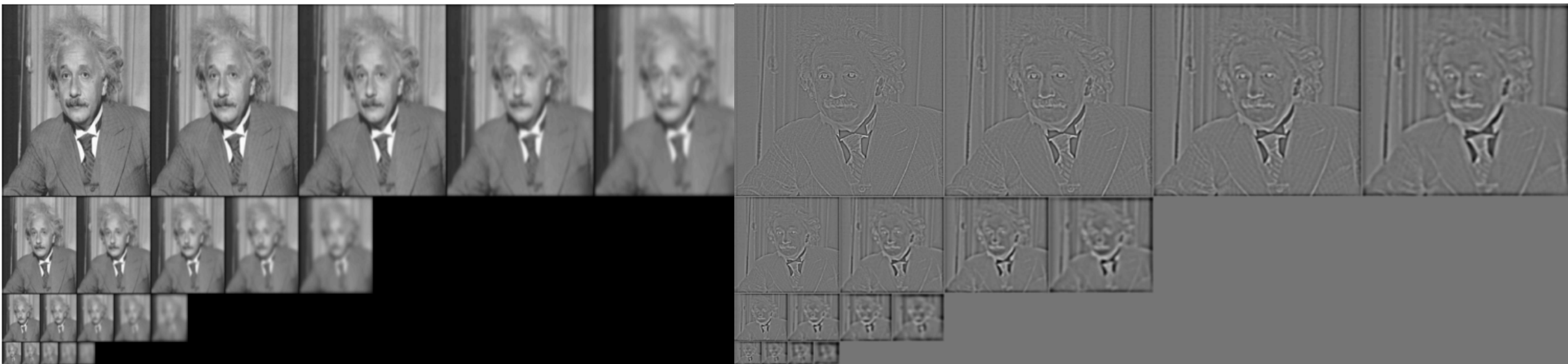
- 尺度空间极值检测 Scale-space extrema detection
- 关键点精确定位 Keypoint localization
- 关键点方向标记 Orientation assignment
- 特征描述符生成 Generation of keypoint descriptors.

SIFT: 尺度空间极值检测

- 尺度空间最早用于模拟图像多尺度特征。
- Koendetink证明了高斯卷积核是实现尺度变换的唯一变换核。Lindeberg则证明了高斯核是唯一线性核。
- 根据 σ 倍频数将尺度空间划分为若干倍频段(Octave)，每倍频段中图像维数降为前一倍频段的一半。
- 每倍频段划分 s 层，每层间隔为 $k=2^{1/s}$ ，每部频段中包含 $s+3$ 幅高斯尺度图像，及 $s+2$ 幅高斯差分图像。



SIFT: 尺度空间极值检测



高斯尺度图像

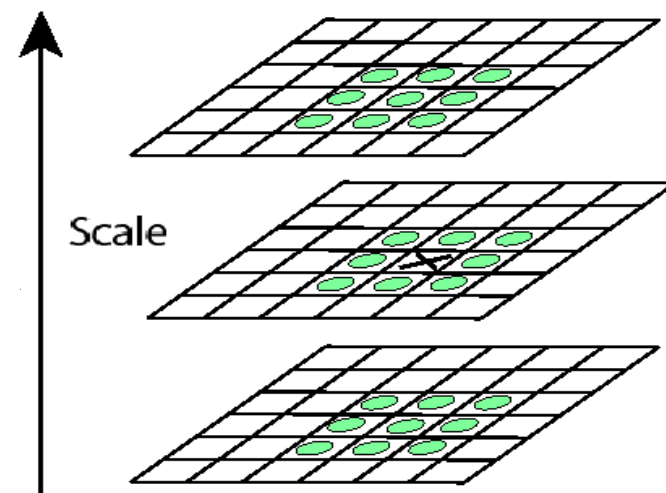
高斯差分图像

SIFT: 关键点精确定位

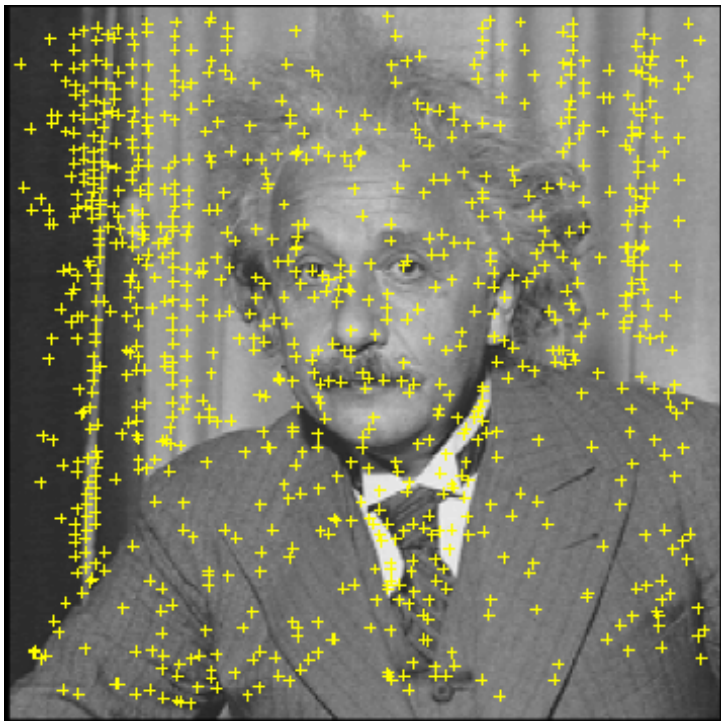
- 为检测高斯差分尺度空间的极值点，候选像素点需要与同尺度DoG图像的8邻域像素和相邻尺度DoG图像对应位置 3×3 邻域像素（共26个像素）进行比较。
- 精确定位：通过拟合一个三维二次函数以精确确定关键点位置和尺度 (Brown & Lowe, 2002)。将尺度空间函数 $D(x, y, \sigma)$ 在采样点处泰勒级数展开到二次项，有：

$$D(x) = D + \frac{\partial D^T}{\partial x} x + \frac{1}{2} x^T \frac{\partial^2 D}{\partial x^2} x.$$

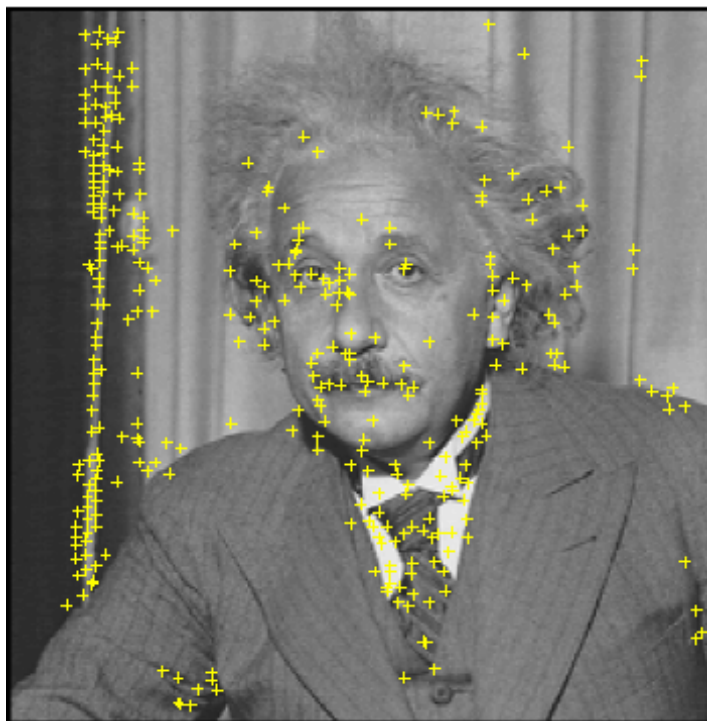
- 上式对 x 求导为0，可确定极值点位置 $\hat{x} = -\frac{\partial^2 D^{-1}}{\partial x^2} \frac{\partial D}{\partial x}$.



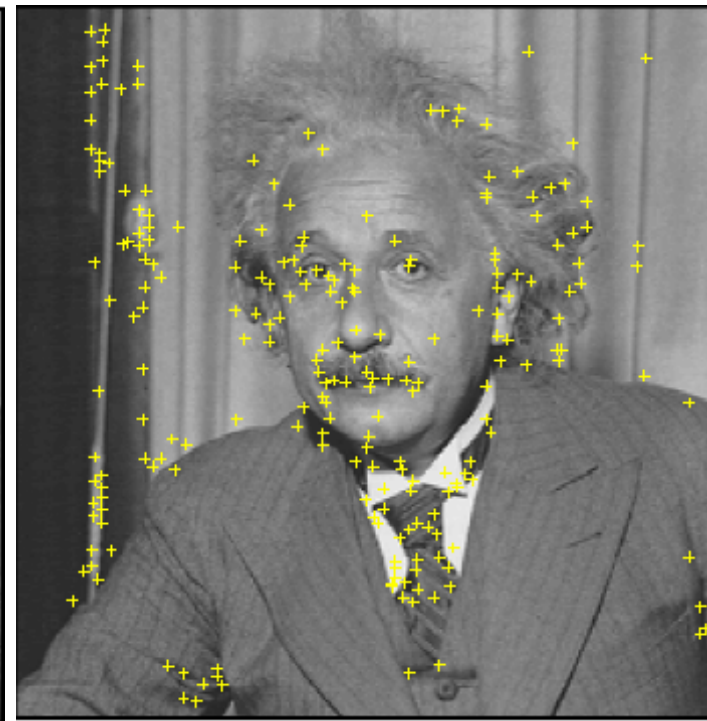
SIFT: 关键点精确定位



Maxima of DoG across scales



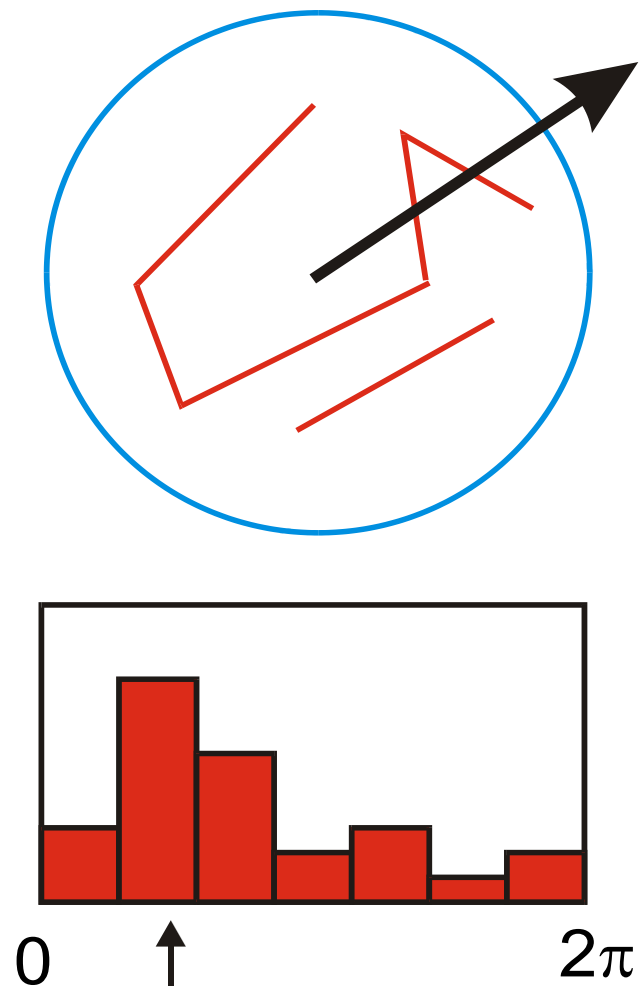
Remaining keypoints after
removal of low contrast points



Remaining keypoints after
removal of edge responses

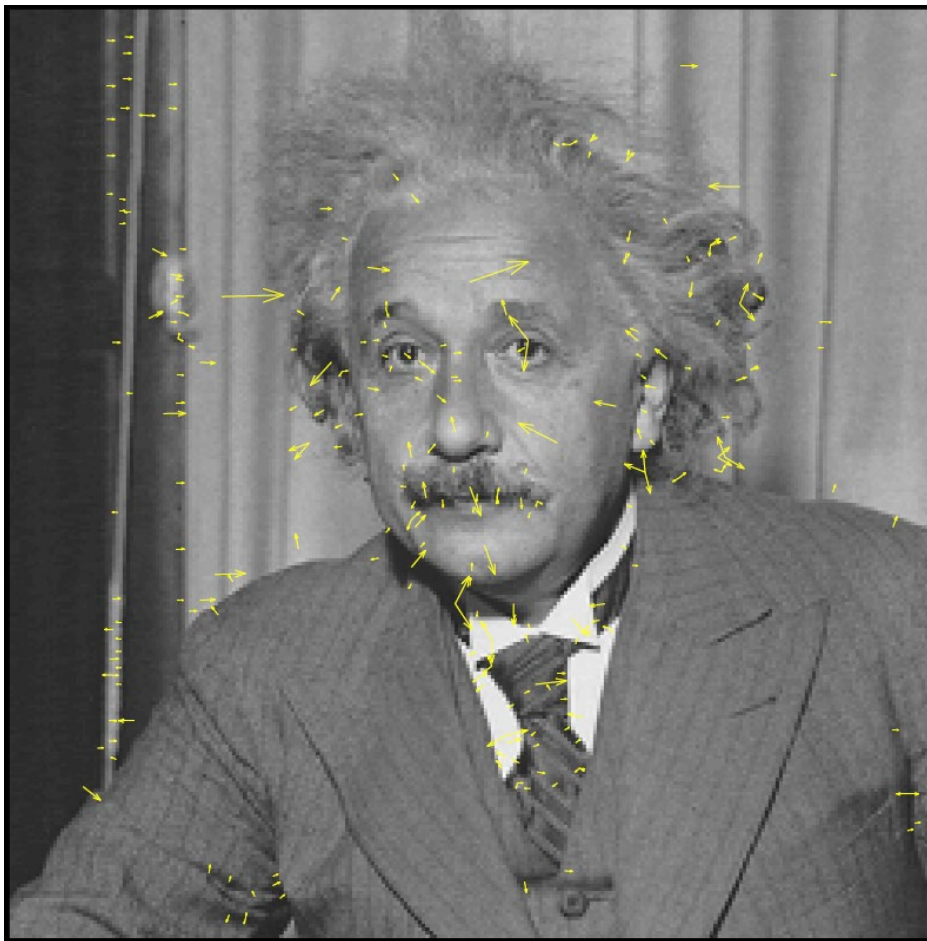
SIFT: 关键点方向标记

- 根据关键点邻域像素的梯度方向的分布特性，为每个关键点指定方向描述，使得算子具备旋转不变性。
- 采用直方图统计邻域像素梯度方向。方向直方图范围从0到360度，每10度为一个单位，共36个bins。直方图峰值所在方向作为该关键点的主方向，即作为该关键点的方向。
- 若存在其它局部峰值超过最大峰值的80%，则该方向作为关键点的一个辅方向。一个关键点可能具有多个方向（一个主方向，多个辅方向），这样可增强匹配的鲁棒性。



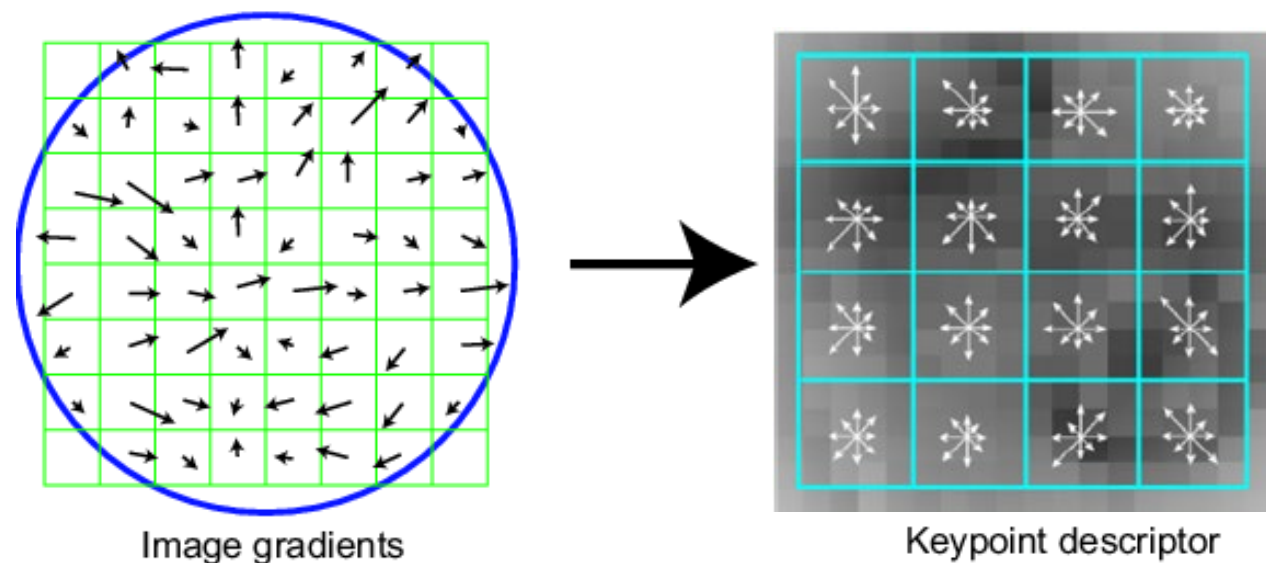
SIFT: 关键点方向标记

- Extracted keypoints, arrows indicate scale and orientation

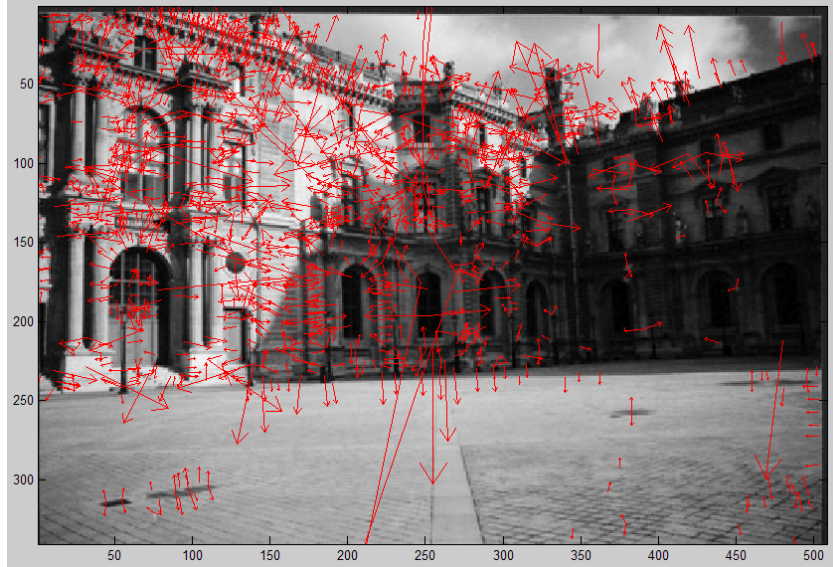
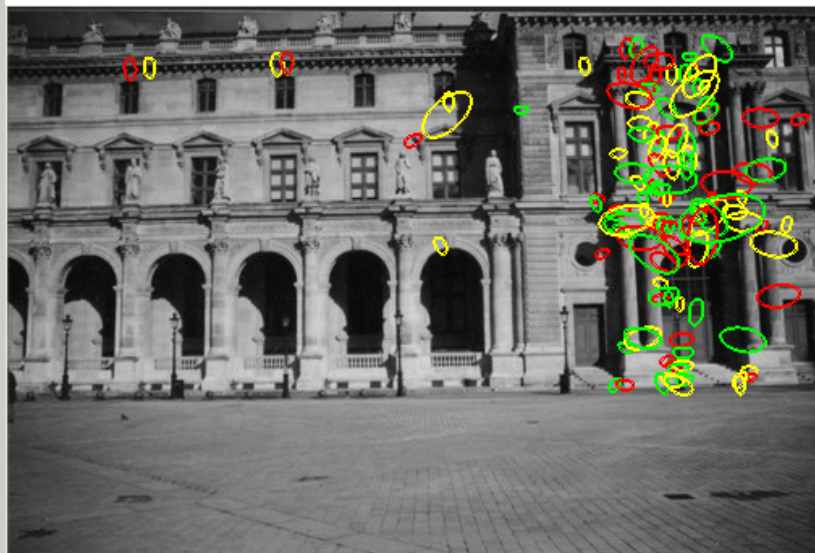


SIFT: 特征描述符生成

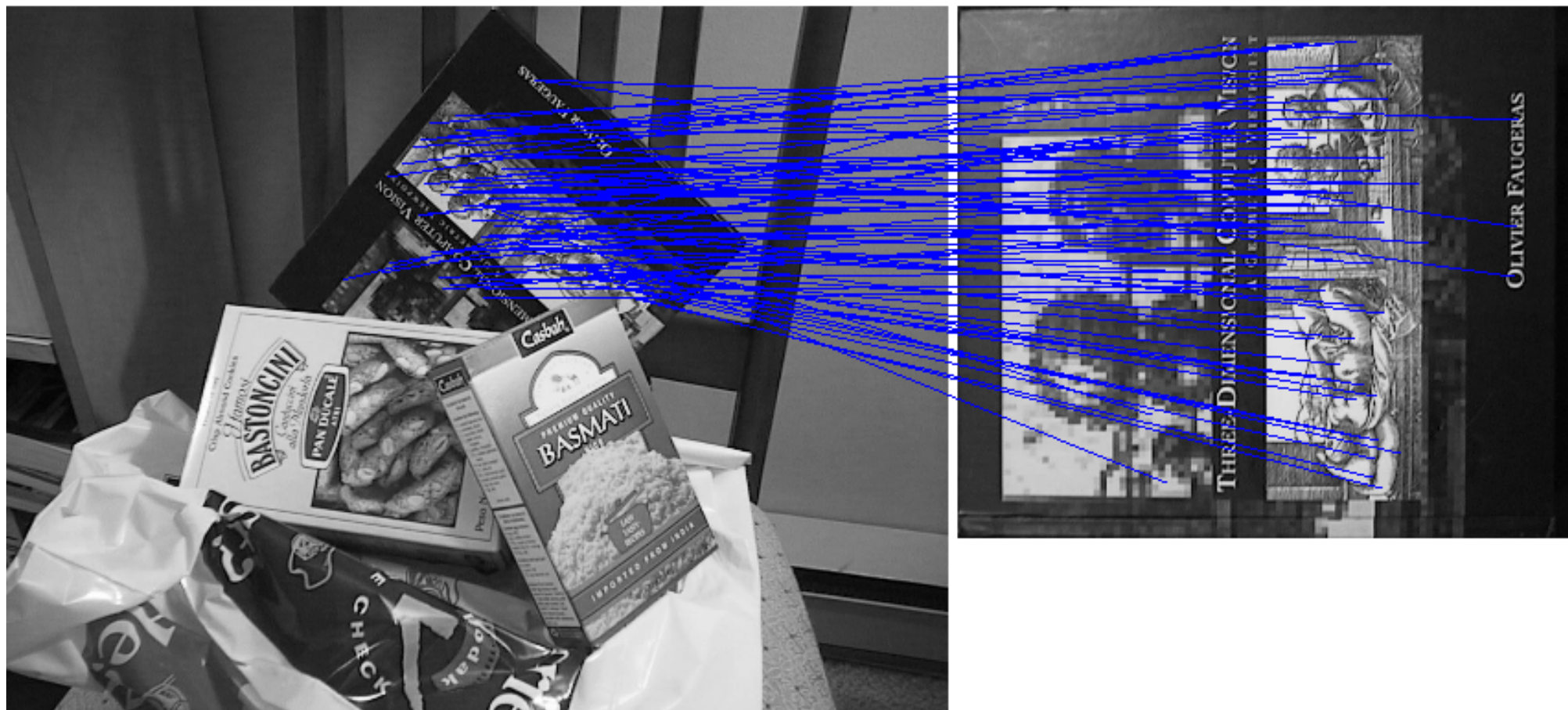
- 为了保证旋转不变性，描述符坐标和梯度方向相对于关键点主方向旋转。
- 以关键点为中心的 16×16 区域，共256个采样点区域，划分分成 4×4 个方向直方图网格。
- 每个方向直方图网格中包含 4×4 共16个采样点，统计8个方向（角度间隔为45度）的方向直方图。从而每个关键点形成一个128维特征向量。
- 这种邻域方向性信息统计思想不仅增强了算法抗噪声能力，同时克服了尺度、旋转等几何变换的影响。将特征向量长度归一化，则可进一步去除光照变化的影响。



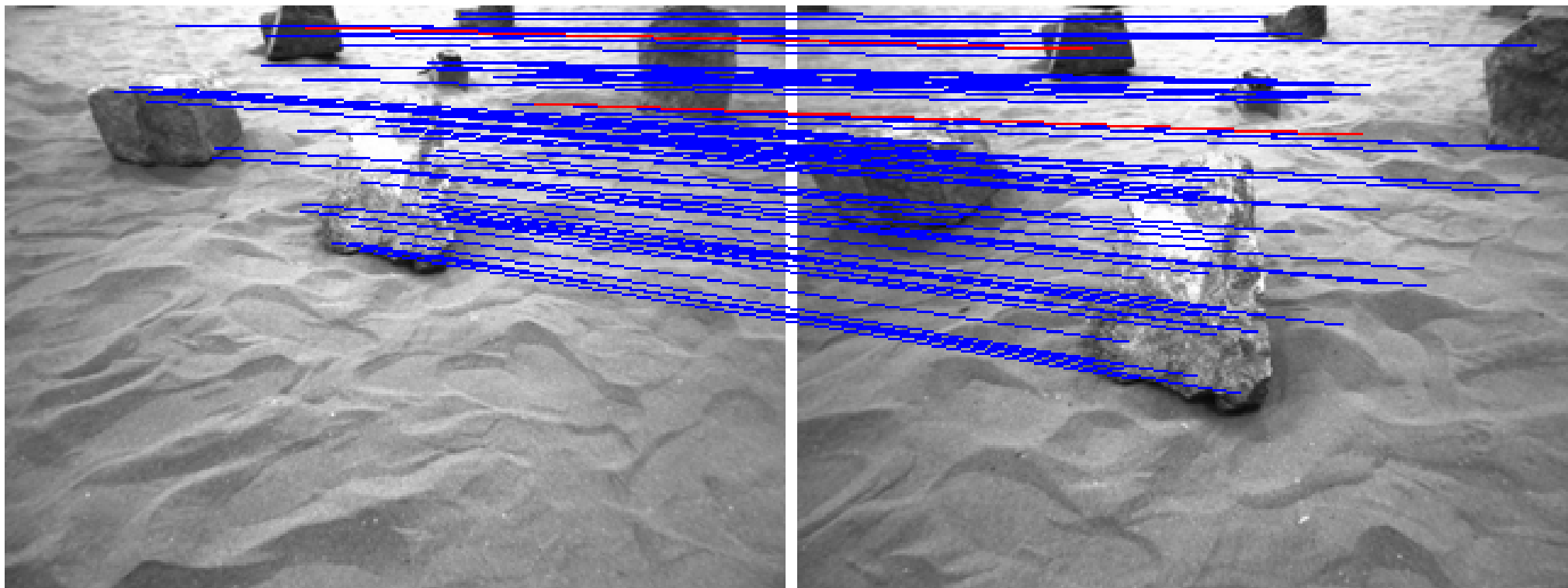
SIFT 检测结果



SIFT检测结果



SIFT检测结果

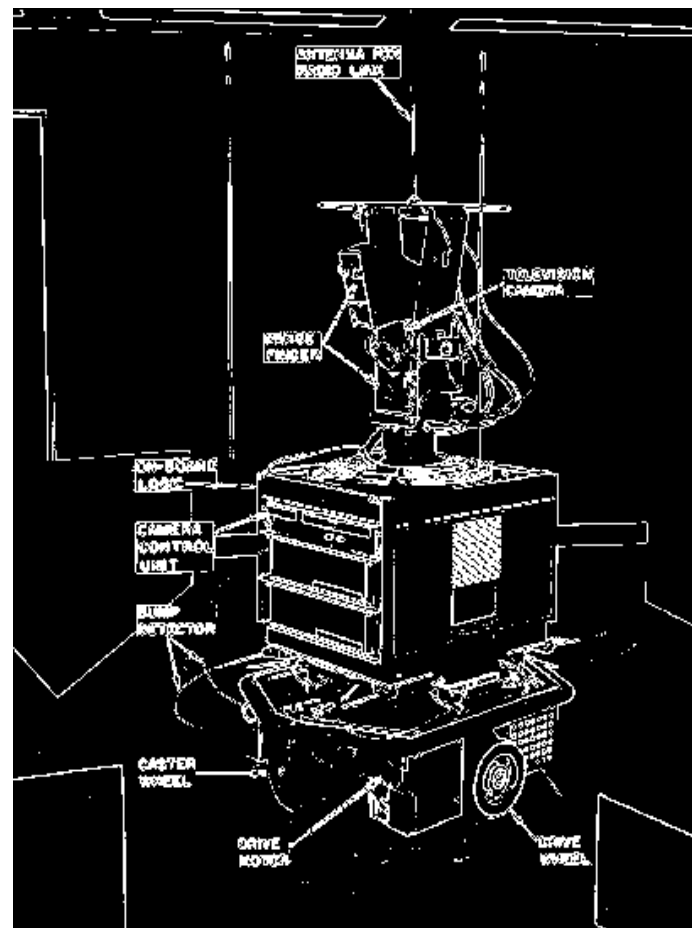


Hough变换



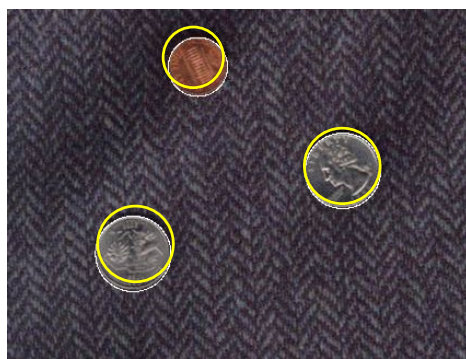
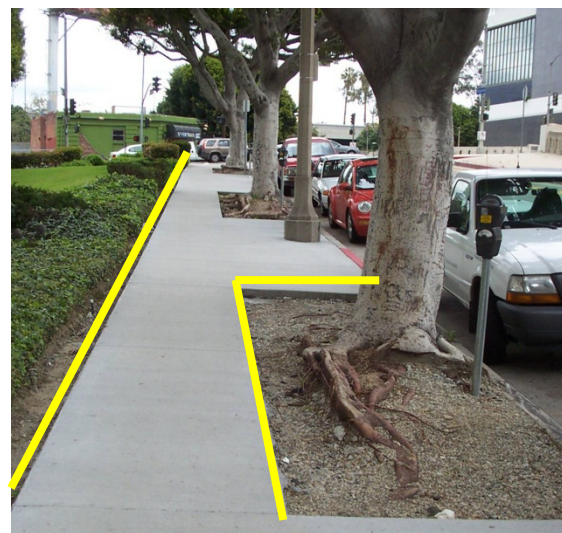
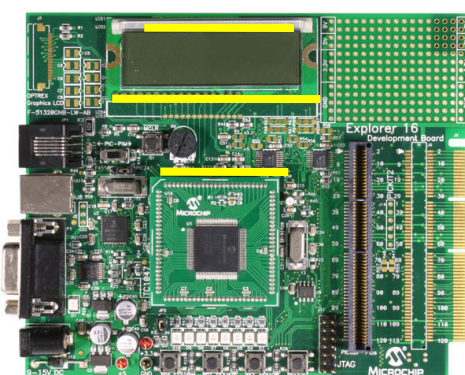
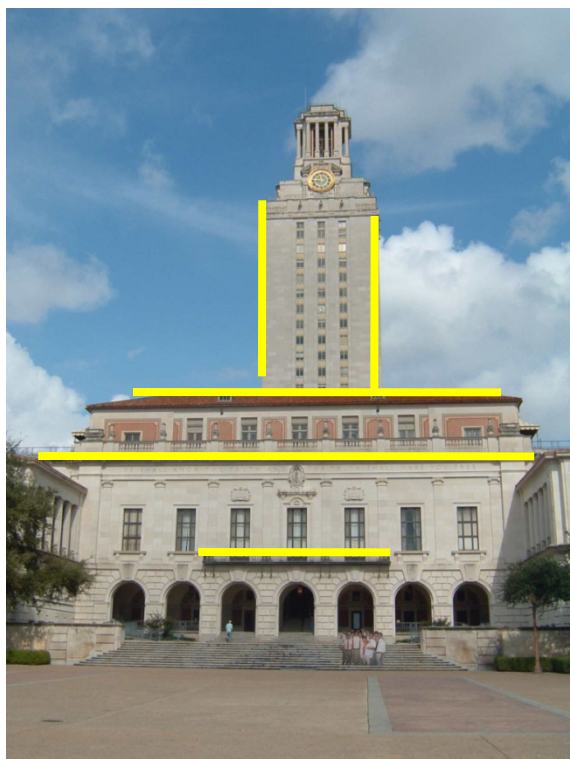
为什么要做Hough变换？

- 边缘点或特征点检测基于单个像素。
- 边缘跟踪无法得到完整轮廓，存在弱边缘或边缘不连续。
- 如何将离散的边缘点表示为更复杂的特征？
- 如：特征点 直线、圆等



为什么要做Hough变换？

- 视觉场景中许多目标都可通过直线、圆弧等规则几何特征来表述。



为什么要做Hough变换？

- Hough变换是获取规则几何特征的常用方法.
- 规则几何特征是指可参数化表示的几何特征.

- 直线可由斜率和截距表示 $y = px + q$

- 圆可由圆心和半径表示 $(x - p)^2 + (y - q)^2 = r^2$

- 椭圆可由中心和椭圆长短轴表示 $\frac{(x - p)^2}{a^2} + \frac{(y - q)^2}{b^2} = 1$

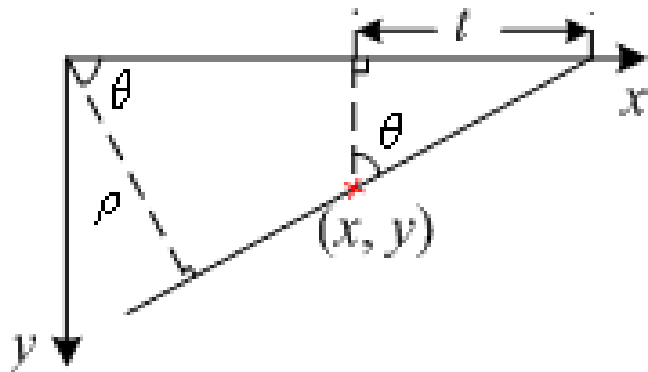
Hough变换原理

- 通常用在边缘检测或特征点检测后。
- 每个边缘点根据其可能的几何特征，投影到参数空间，通过投票方式确定参数值。即票数最多的参数获胜。
- 基于Hough变换的常用几何特征检测
 - 直线检测
 - 圆形检测

Hough变换检测直线

- 一条直线可表示为 $y = px + q$
- 但该表示方法难以表示垂直线

- 直线的极坐标表示: $x \cos \theta + y \sin \theta = \rho$

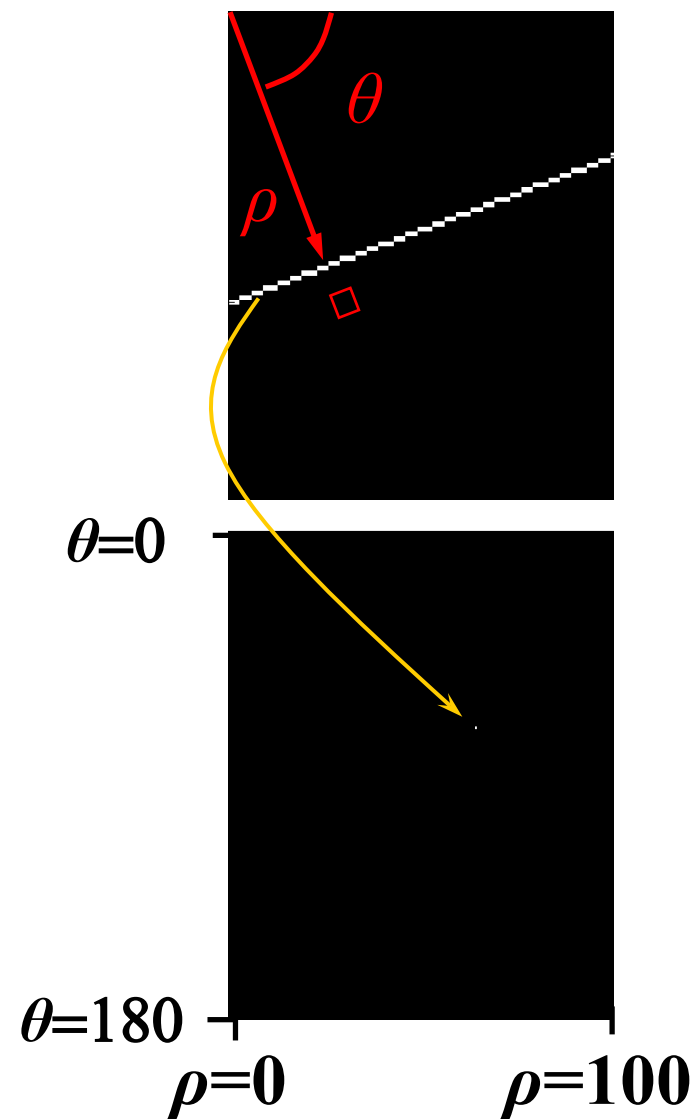


证明:

$$\begin{cases} (x + t) \cos \theta = \rho \\ \frac{t}{y} = \tan \theta \end{cases} \Rightarrow (x + y \tan \theta) \cos \theta = \rho$$

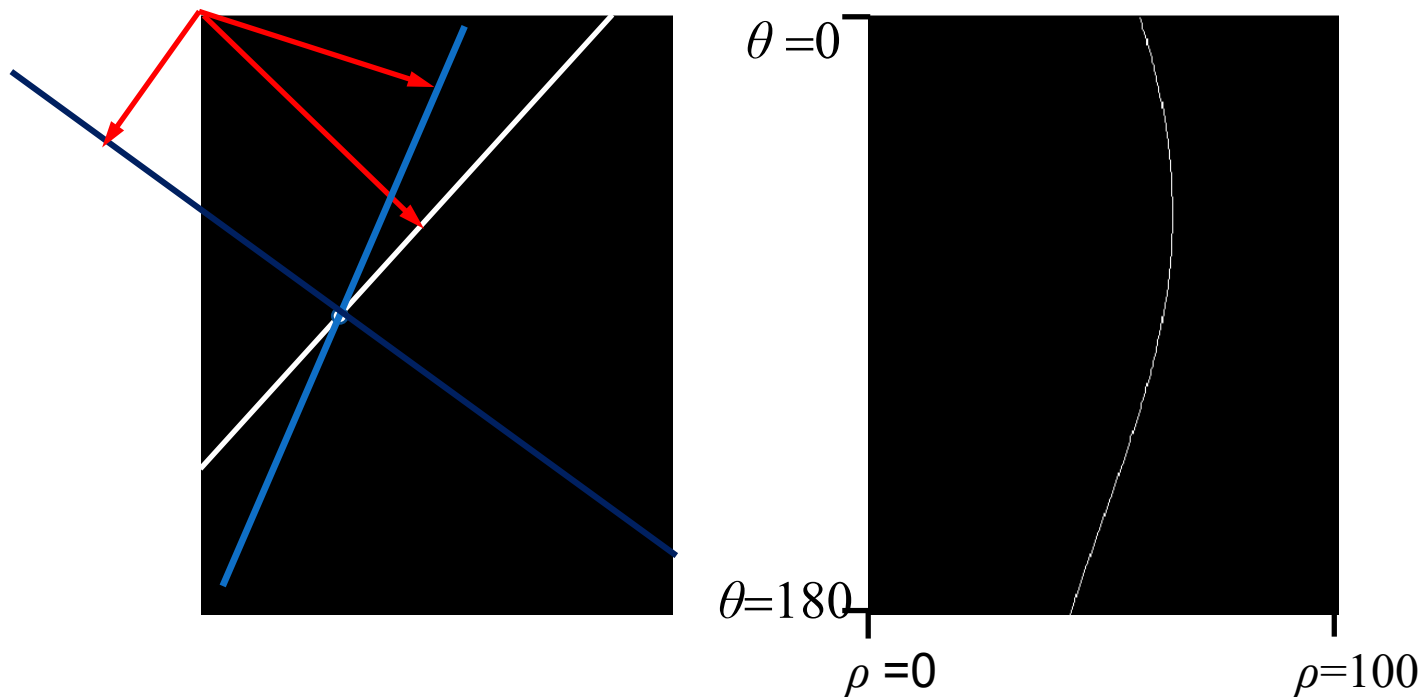
检测直线：参数空间

- 采用 (ρ, θ) 表示图像空间中任意直线。
- 图像空间中一条直线在参数空间 (ρ, θ) 中为一个点。
- 参数空间 (ρ, θ) 也称为Hough空间



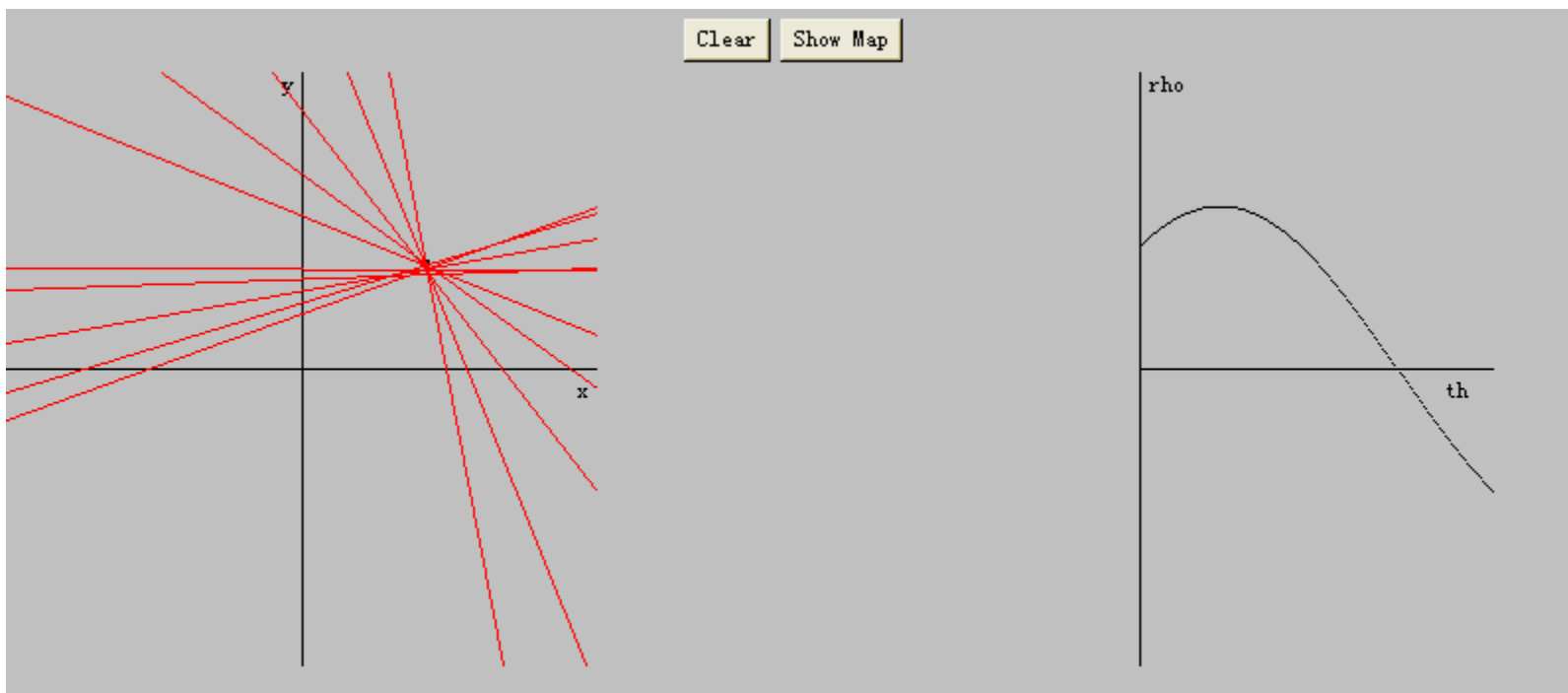
检测直线：参数空间

- 图像空间中一条直线在参数空间 (ρ, θ) 中为一个点。
- 问题：图像空间中的点在参数空间 (ρ, θ) 中表现为什么？



检测直线：参数空间中投票

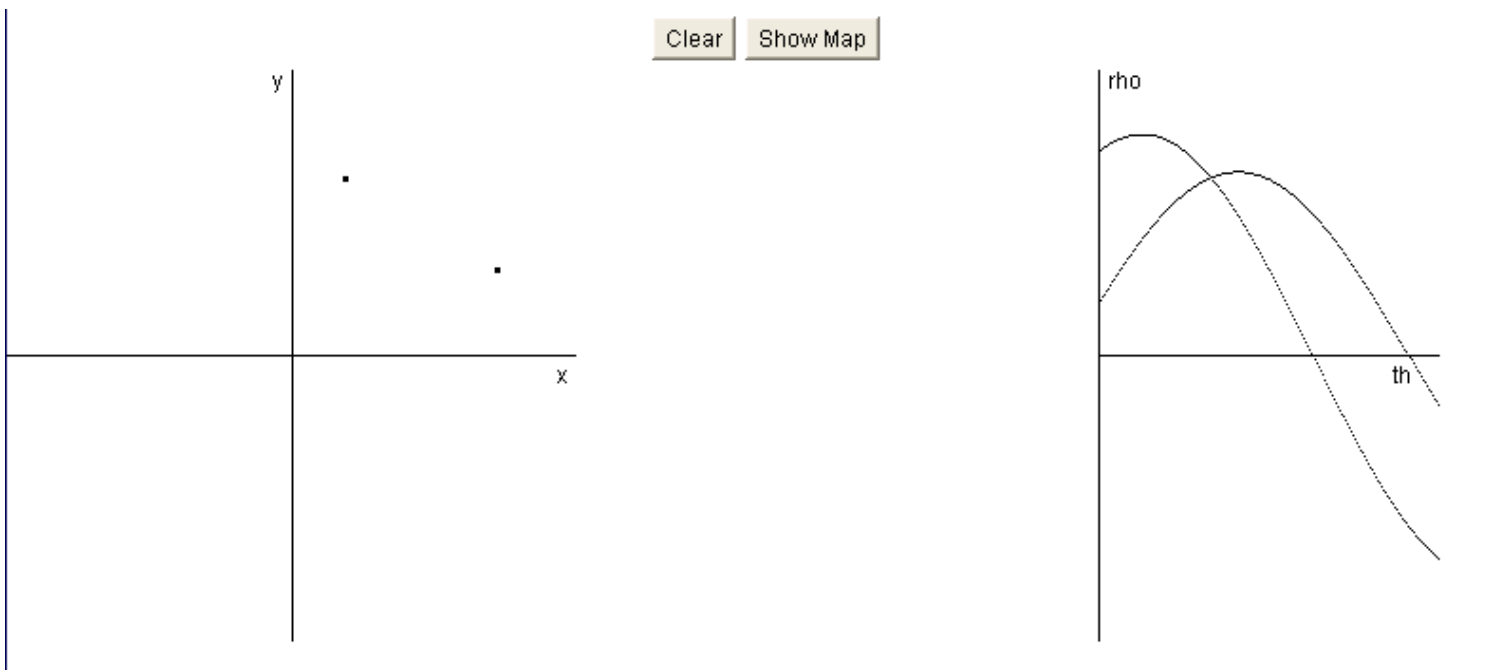
已知某个边缘点，计算 θ 从0~180度的 ρ 值，在 (ρ, θ) 空间投票。



Hough直线拟合DEMO

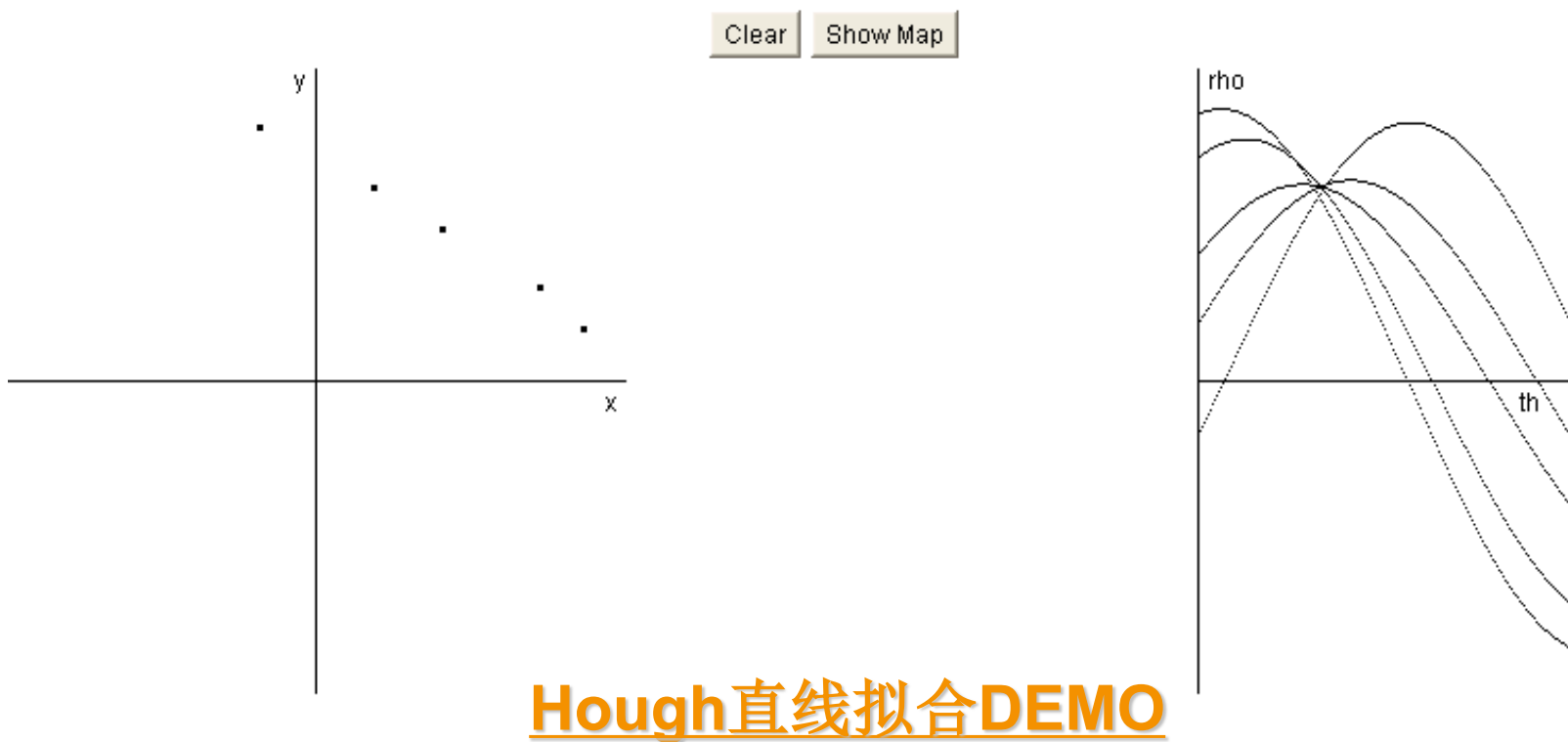
检测直线：参数空间中投票

- 图像空间中一点对应于参数空间中一条曲线
- 图像空间中两点对应于参数空间中两条曲线，这两条曲线的交点，为两点一线的参数

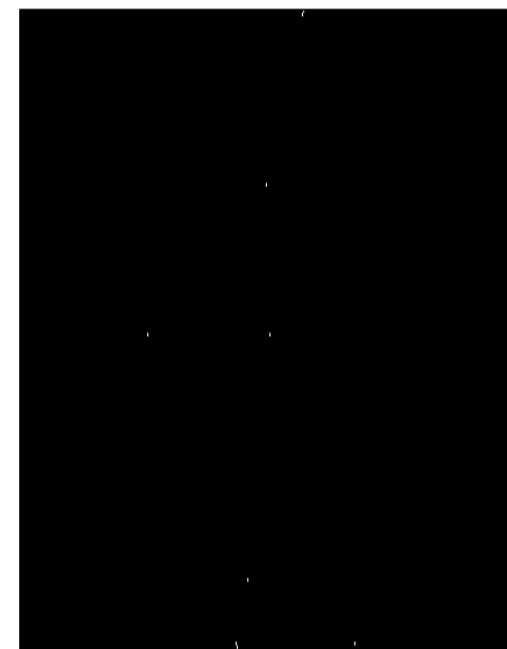
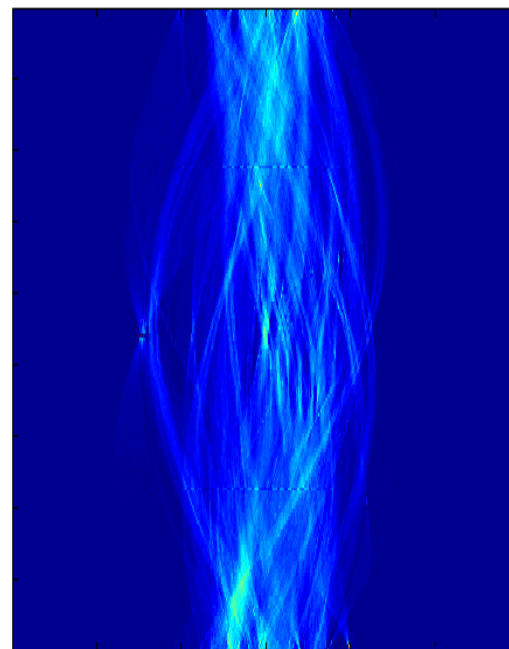
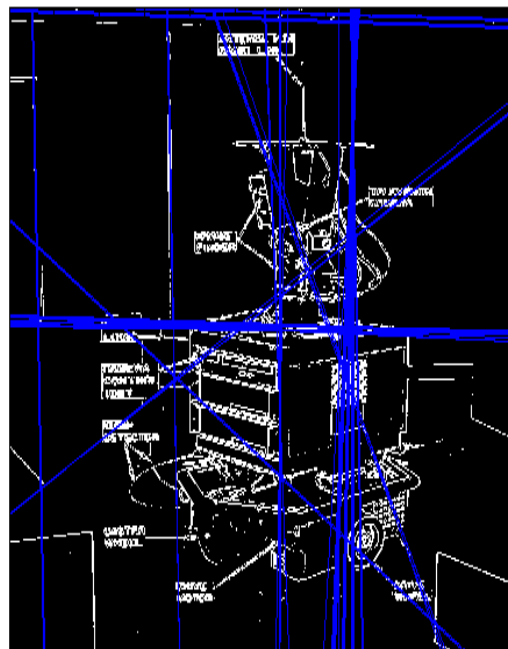
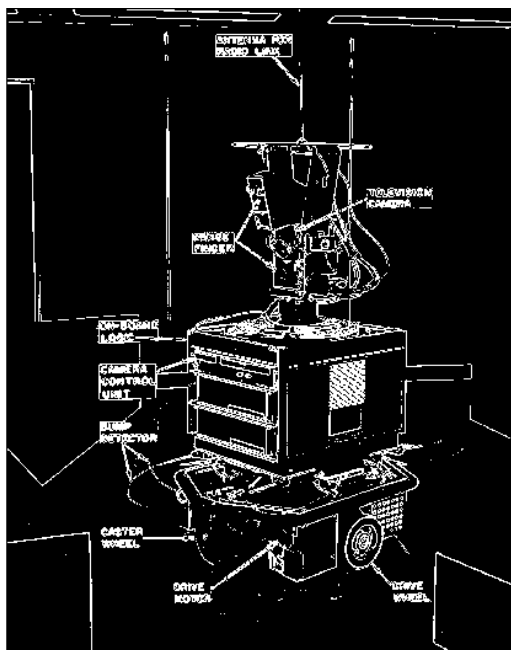


检测直线：参数空间中投票

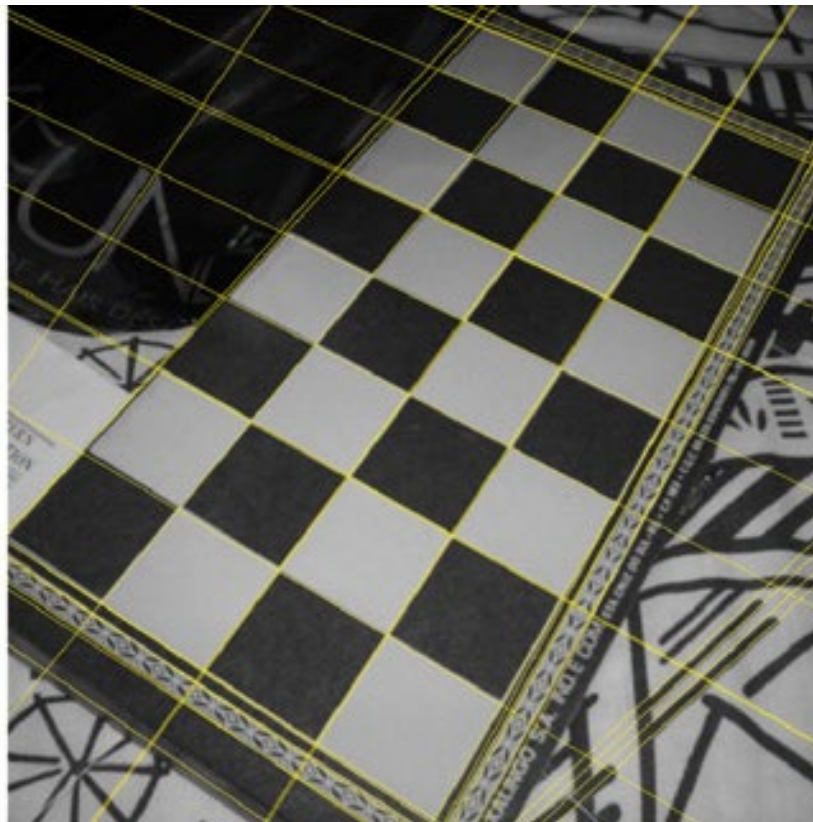
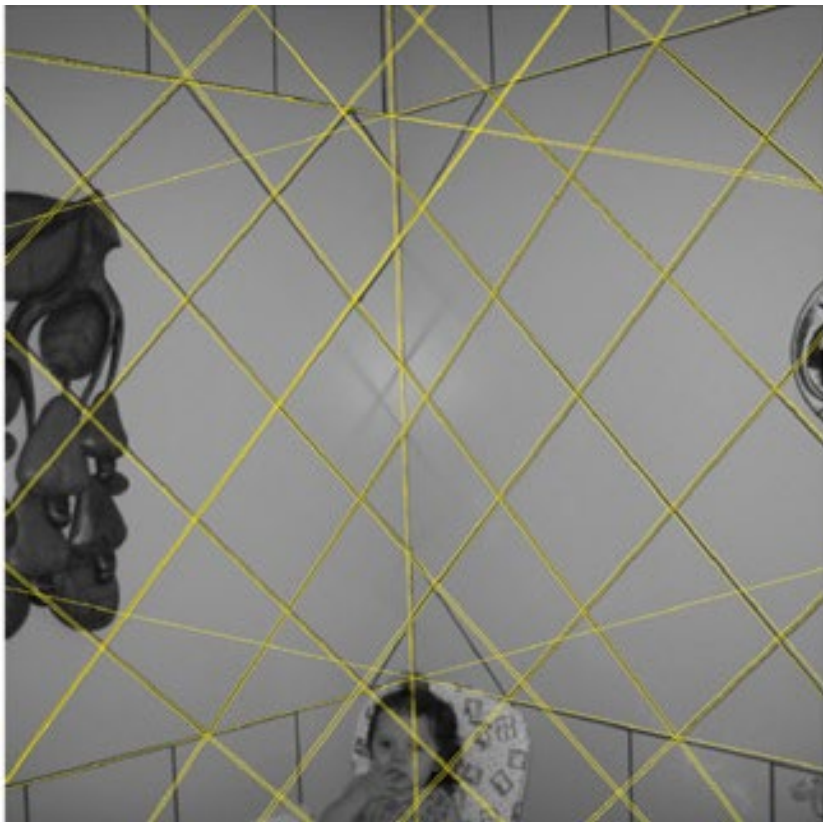
- 图像空间中多个点对应于参数空间中多条曲线，这些曲线的共同交点，对应于所需拟合的直线



检测直线



Hough变换直线检测结果



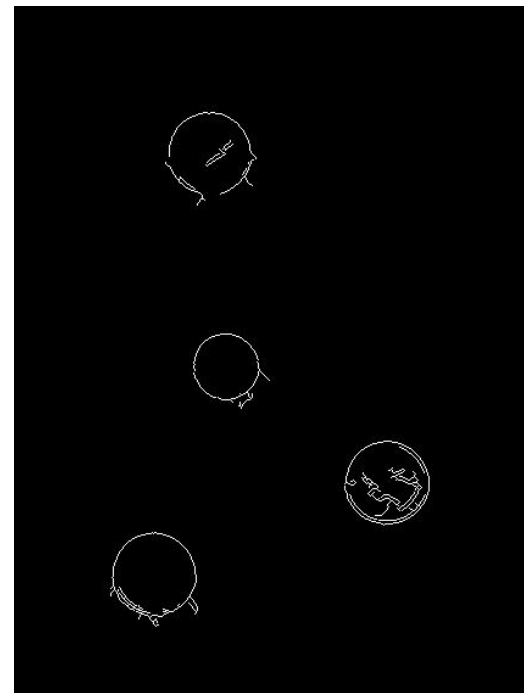
L.A.F. Fernandes and M.M. Oliveira, Real-time Line Detection Through an Improved Hough Transform Voting Scheme. Pattern Recognition, 2008. 41(1): p. 299-314.

Hough变换检测圆

- 圆的参数方程为: $(x-p)^2 + (y-q)^2 = r^2$
- 包含了三个参数: p, q, r
- 图象空间中每个边缘点对应于参数空间中的圆形区域。



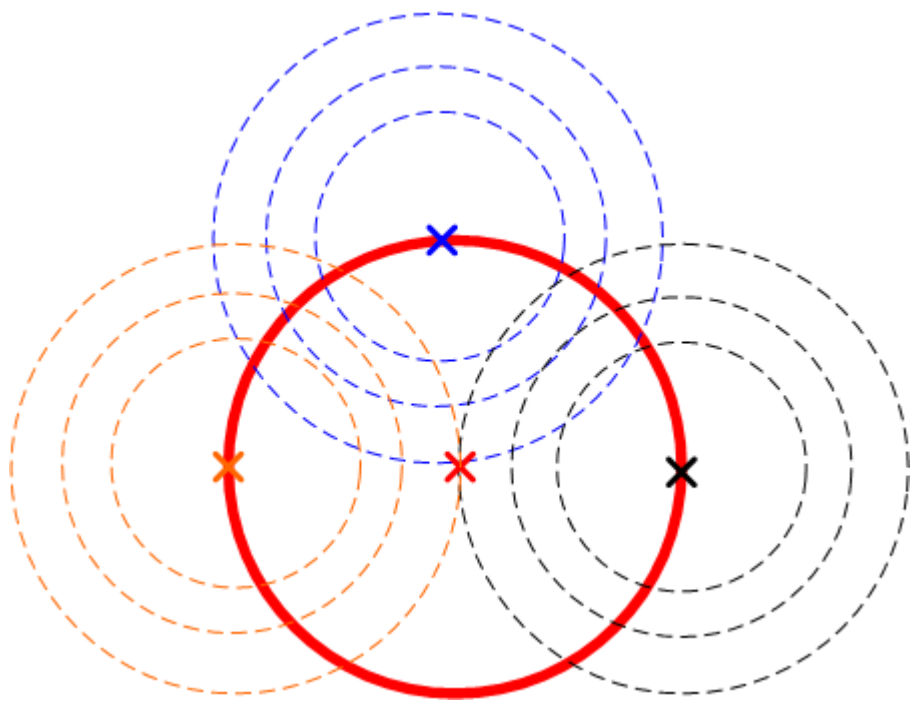
原图



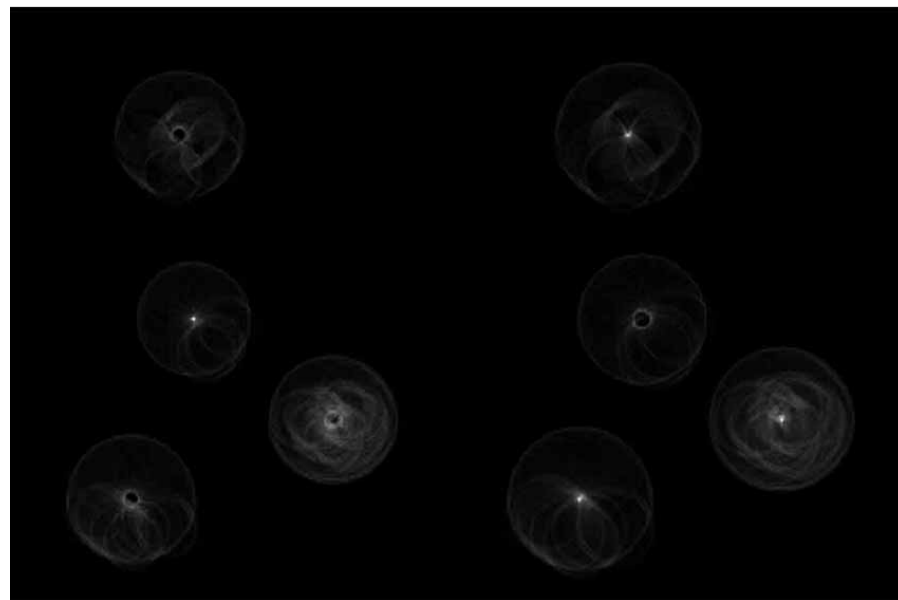
Canny边缘检测

Hough变换检测圆：参数空间投票

已知某个边缘点 (x, y) ，以其为圆心，在 (p, q) 空间绘制半径为 r 的圆，该圆上的点即为圆心的投票。



参数空间 (p, q)



Hough变换检测圆弧结果



原图

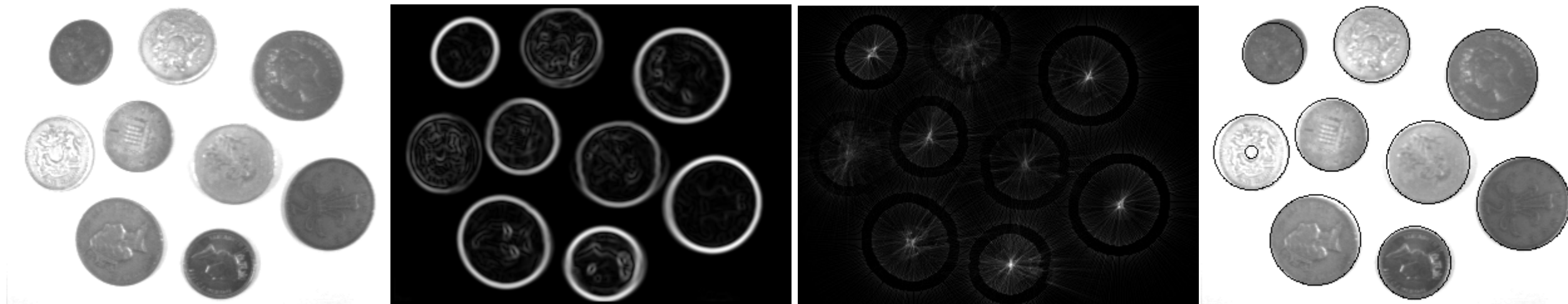


检测结果

Hough变换检测圆弧结果



Hough变换检测圆弧结果



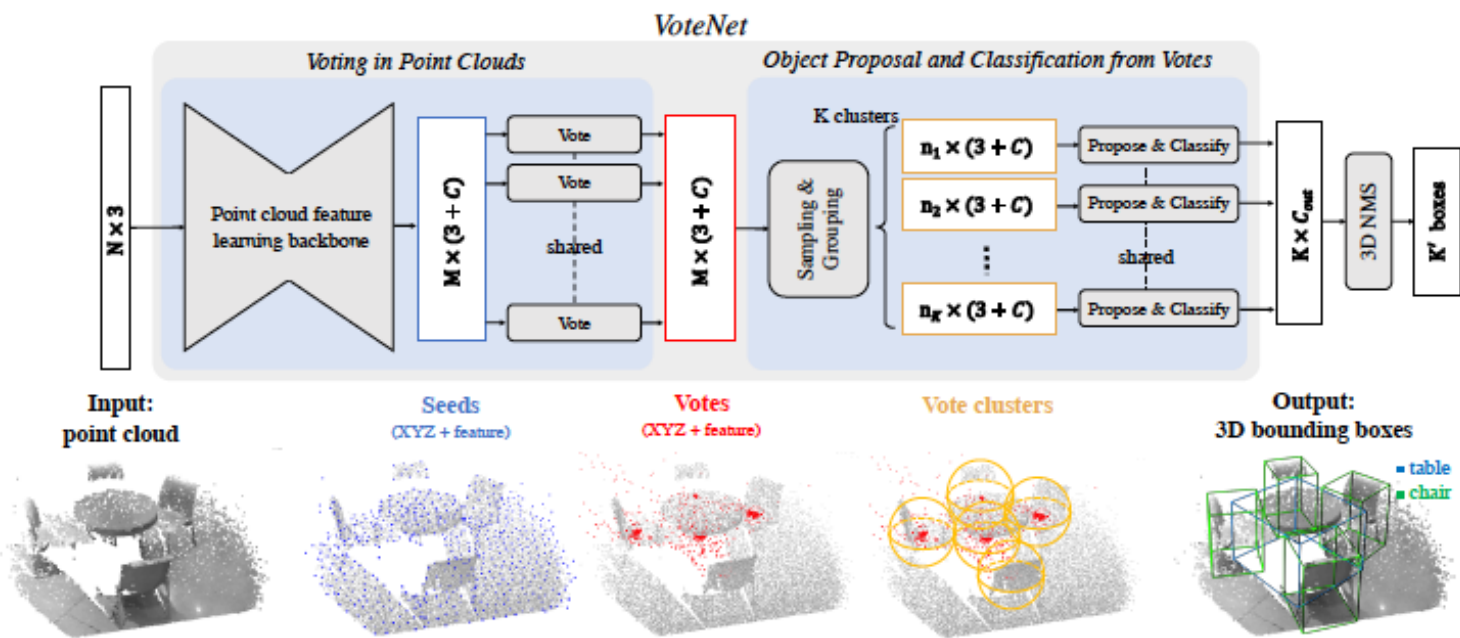
Hough变换的优点

- 对边缘不连续具有较好的容忍性
- 对噪声干扰具有较好的鲁棒性
- 对目标遮挡具有较好的抗干扰性

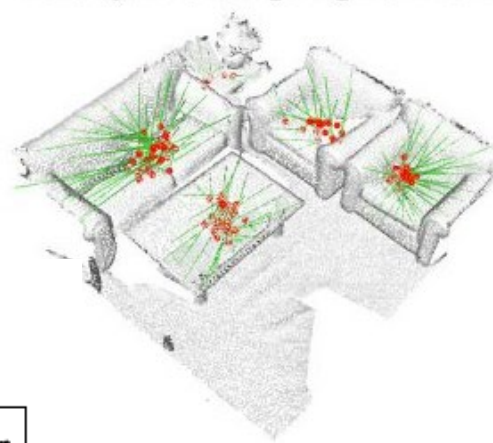
Deep Hough (例)

Charles R. Qi, Or Litany, Kaiming He,
Leonidas J. Guibas. Deep Hough Voting
for 3D Object Detection in Point Clouds.
ICCV2019

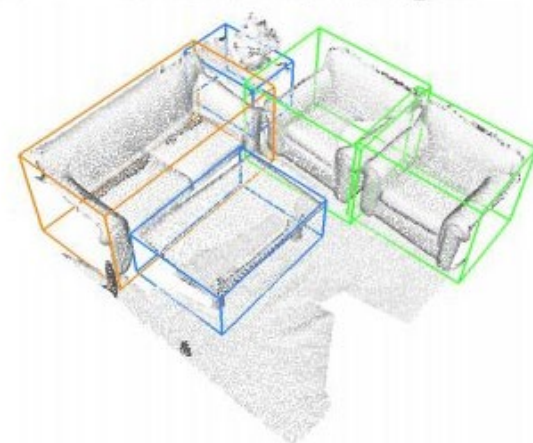
- 将Hough变换思想与深度学习结合



Voting from input point cloud



3D detection output



点云只是目标表面的三维稀疏点，距离目标中心距离不一致，单纯根据提取到的点云特征，难以回归出准确的Bbox.

• Learning to Vote in Point Clouds

网络输入：维度为 $N \times 3$ 的点云

输出： M 个vote点，视为种子点（seed points），每个vote包含它的3D坐标以及一个高维度的特征向量。

两个主要的步骤：用PointNet++作为backbone学习点云特征，通过一个共享权重的voting module生成vote。

Deep Hough (例)

Kai Zhao; Qi Han; Chang-Bin Zhang; Jun Xu; Ming-Ming Cheng. Deep Hough Transform for Semantic Line Detection. TPAMI. 2021

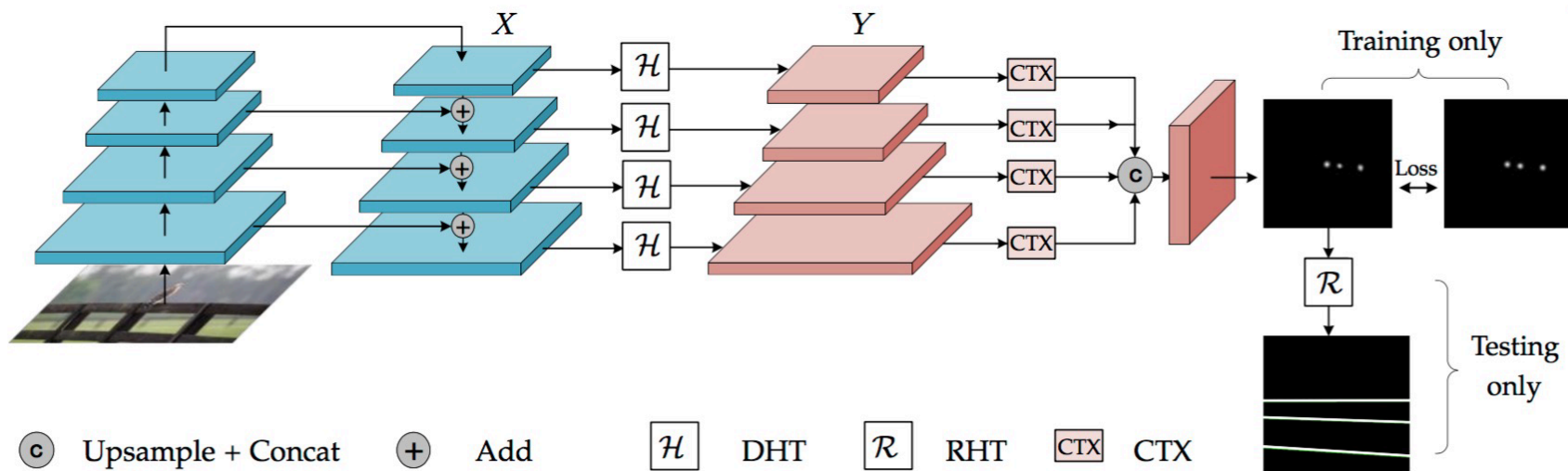
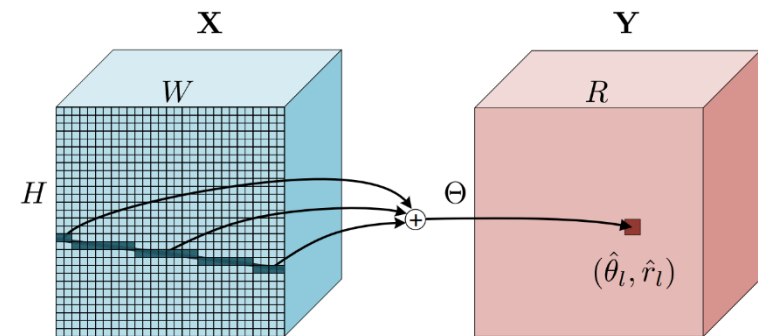
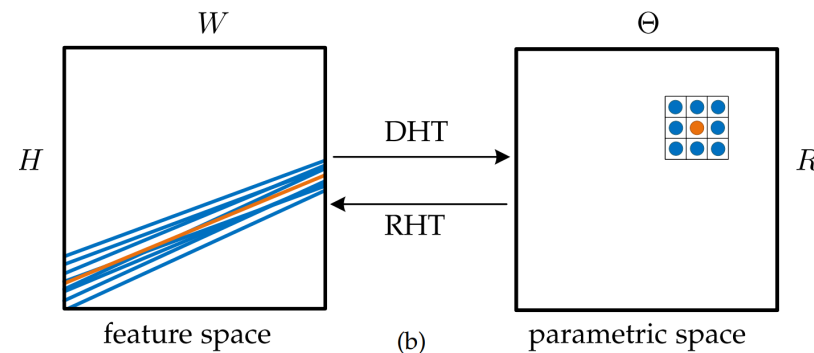


Fig. 2. The pipeline of our proposed method. DHT is short for the proposed Deep Hough Transform, and RHT represents the Reverse Hough Transform. CTX means the context-aware line detector which contains multiple convolutional layers.

自然图像中的“语义线”指的是图像中能够勾勒出图像内容结构的直线，例如：不同区域的分割线，建筑物的中轴线等等。语义线检测在摄影构图。在深度特征上进行霍夫变换，兼顾CNN特征学习能力和霍夫变换的高效性。



左：深度霍夫变换沿着图像空间中的直线将特征”聚合“到参数空间中的一个点。



图像空间中的线对应参数空间的一个点，一个简单的 3×3 卷积即可提取中心橙色线的上下文信息

习题



习题5.1 P94

- 设有下图所示的一幅图像,分别计算用Roberts, Prewitt和Sobel算子得到的梯度图

99	91	2	6	30
92	95	7	8	9
75	65	50	6	3
73	60	53	56	25
55	80	74	55	55

习题5.1 P94

99	91	2	6	30
92	95	7	8	9
75	65	50	6	3
73	60	53	56	25
55	80	74	55	55

1	0
0	-1

取绝对值

4	84	6	3	
27	45	1	5	
15	12	6	19	
13	14	2	1	

Roberts

0	1
-1	0

取绝对值

1	93	1	22	
20	58	42	3	
8	10	47	53	
5	27	18	30	

习题5.1 P94

99	91	2	6	30
92	95	7	8	9
75	65	50	6	3
73	60	53	56	25
55	80	74	55	55

$\frac{1}{3}$

-1		1
-1		1
-1		1

取绝对值

	69	77	6	
	12	6	19	
	14	2	1	

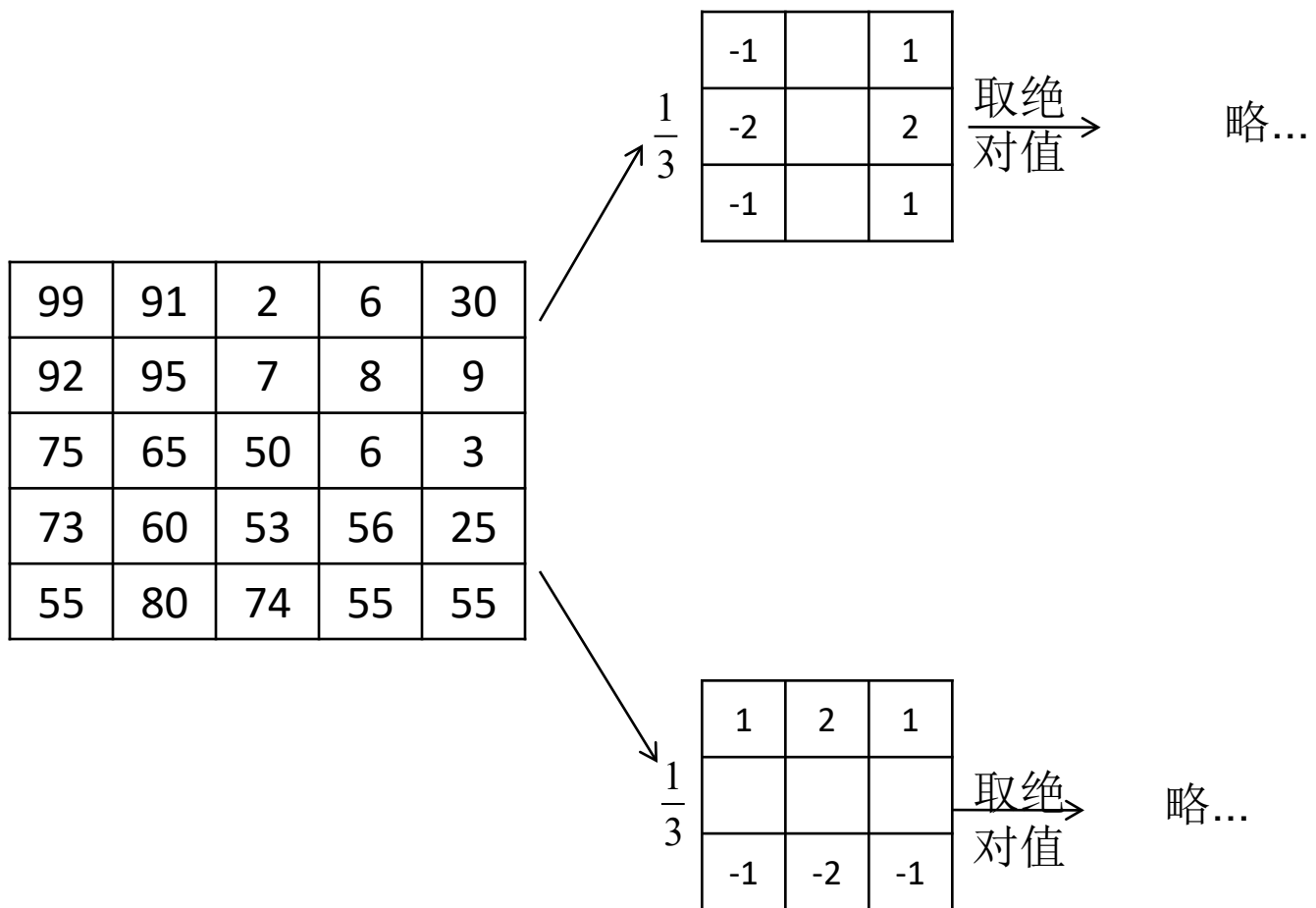
$\frac{1}{3}$

1	1	1
-1	-1	-1

取绝对值

	58	42	3	
	10	47	53	
	27	18	30	

习题5.1 P94



习题5.2 P95

- 分别给出用下图所示的两个拉普拉斯模板处理图题5.1所示的图象所得到的结果

0	-1	0
-1	4	-1
0	-1	0

-1	-1	-1
-1	8	-1
-1	-1	-1

略...

The End